

とやま科学オリンピック **2021**

高校（物理）

筆記問題

2021年8月4日（水）

時間： 9時30分～10時25分（55分）

注意事項

1. 指示があるまで、問題冊子を開かないで、以下の注意事項をよく読むこと。
2. 問題は、3ページあります。
3. 筆記問題は個人で行います。
4. 机の上に置けるものは、筆記用具のみとします。
5. 解答はすべて解答用紙に記入し提出すること。
6. 参加番号を解答用紙の決められた欄に記入すること。
7. 途中で気分が悪くなった場合や、トイレに行きたくなった場合には、すぐに申し出ること。

みなさんの健闘を期待しています。

1 筆記問題 (55分)

夏の風物詩といえば「花火」。日本各地で開催される花火大会を楽しみにしている人も多いのではないのでしょうか。富山県内各地でも、趣向を凝らした色々な花火が夏の夜空を彩っています。特に毎年8月1日、神通川下流で盛大に開催される納涼花火大会は、昭和20年8月の富山大空襲の犠牲者の鎮魂と戦後復興の願いを込めて、昭和22年から開催されているものです。

科学的にみると打ち上げ花火は、打ち上げられた花火玉が上空で破裂し、放たれた「星」と呼ばれる小さな玉が瞬きながら落下するしくみになっています。

そこで今回は、「花火」をテーマに次の問題を考えてみましょう。

花火大会で打ち上げられる花火玉を、カメラ付きの小型ドローンで撮影したい。今回使うドローンには、ドローン本体の位置を原点とする XYZ 座標が組み込まれており、カメラは設定された位置座標 (X,Y,Z) にピントを合わせて撮影する。例えば、位置座標 $(8,4,10)$ を設定すると、図1の☆印の点が撮影されることになる。なお、ドローンは姿勢制御が行え、 XYZ 座標は地上で静止した観測者に対して回転運動をしない。花火玉の打ち上げの初速度は 100m/s (時速 360km)、重力加速度の大きさは 10m/s^2 とする。特に指定がなければ花火玉の大きさや、空気抵抗および風の影響は無視できるものとする。

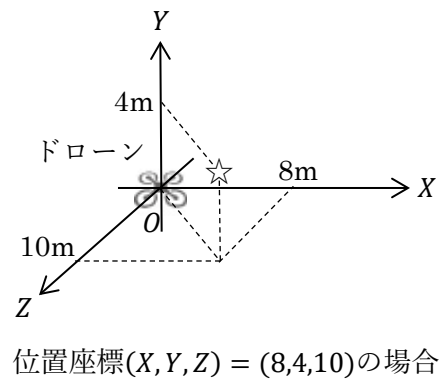


図1

- 1 花火玉の代わりに小球を打ち上げて、ドローンによる撮影を行うことにした。発射地点を原点とし、地上に固定された xyz 座標を図2のようにとる。最初、発射地点から 150m 離れた点にドローンを置き、 XYZ 座標をとる。なお、このとき xz 平面および XZ 平面は水平な地表面であり、 y 方向および Y 方向は鉛直上方※を向く。次の(1)、(2)の問いに答えよ。

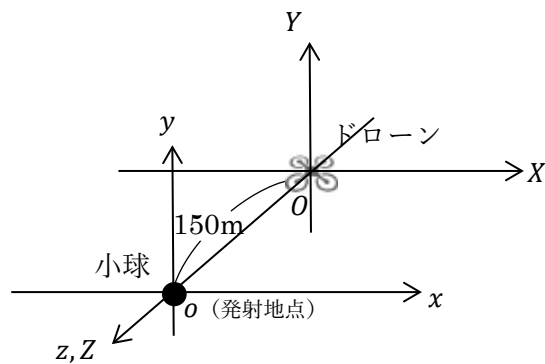


図2

※ 鉛直上方 … 重力の働く方向で、かつ上向きのこと

(1) 鉛直上方に打ち上げられた小球をドローンで撮影した。ドローンの動きを以下の①～⑤のようにして小球を撮影した場合、その軌跡は、カメラに設定した位置座標 $(0, Y, 150)$ においてどのようなになるか。小球発射からの時刻を t とし、 Y 座標との関係を $Y-t$ グラフでそれぞれ示せ。

- ① ドローンを最初の位置に固定した場合
- ② 小球を発射するのと同時に、ドローンを小球と同じ初速度で鉛直上方に打ち上げた（鉛直投射させた）場合
- ③ ドローンを小球から 2 秒遅れて同じ初速度で鉛直上方に打ち上げた（鉛直投射させた）場合
- ④ 小球を発射するのと同時に、ドローンを速度 100m/s の等速で鉛直上方に運動させた場合
- ⑤ 小球を発射するのと同時に、ドローンを速度 50m/s の等速で鉛直上方に運動させた場合

(2) 小球を図3のように xy 平面内で地表から仰角 60° の方向に打ち上げる。以下の問いに答えよ。なお、必要があれば $\sqrt{3}$ はそのままとし、 1.73 など近似値は代入しないものとする。

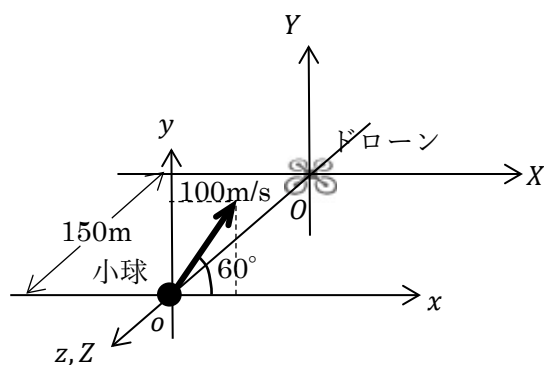


図3

- ① ドローンを最初の位置に固定し、小球を撮影した場合、その軌跡は、カメラに設定した位置座標 $(X, Y, 150)$ においてどのようなになるか。 $Y-X$ グラフで示せ。
- ② 最初の位置にあるドローンを、小球発射の瞬間から X 軸の正の向きに x 軸と平行に等速運動をさせる。以下の (ア), (イ) の場合、小球の軌跡は、カメラに設定した位置座標 $(X, Y, 150)$ においてどのようなになるか。 $Y-X$ グラフで示せ。
 - (ア) ドローンの速度が 50m/s の場合
 - (イ) ドローンの速度が 60m/s の場合

- ③ 図4のように地表面が傾斜角 30° の上り坂になっていた場合、①の結果はどのように変化するか。上り坂方向を X 軸，それに対する垂直方向を Y 軸とした場合の $Y-X$ グラフを示し，説明せよ。なお，グラフは概形だけでも可とする。

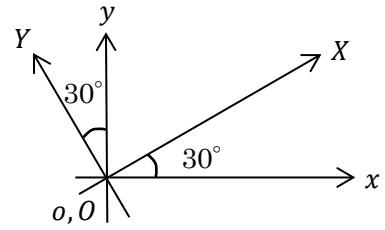


図4

- ④ ③と同様に地表面が傾斜角 30° の上り坂になっていた場合，②の (ア) の結果はどのように変化するか。 $Y-X$ グラフの概形を示し，説明せよ。ただし，ドローンの運動方向は斜面を上る向きとする。

2 一般に花火玉は，鉛直上方に打ち上げて最高点で破裂する。花火玉は破裂すると，花火玉から全方向に同じ初速度で大きさのそろった球状の「星」が放出される。「星」は途中で消えないものとして，次の (1)，(2) の問いに答えよ。

- (1) 花火玉が破裂した後，時間が経つにつれて「星」の分布はどのように変化するか。空気抵抗は受けないものとして結果を図で示し，その理由を述べよ。
- (2) 実際には，花火玉や「星」は空気抵抗を受ける。空気抵抗は，空気に対する速さが大きければ大きいほど，一般に大きくなることが知られている。このとき，「星」の分布は (1) の結果とどのように異なるか。任意の時間における「星」の分布を図に示し，その理由を述べよ。なお，風の影響はないものとする。