とやま科学オリンピック 2018

（高校部門）

# 解答例および解説

数　　学
物　　理
化　　学
生　　物

2018 年 8 月 9 日(木)

富山県　　富山県教育委員会

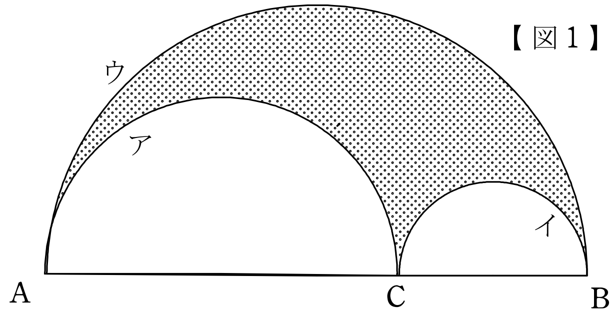
$\boxed{1}$ 【出題の意図】アルベロス（ギリシャ語で靴屋のナイフ）について，特徴や性質をいろいろな図形から三平方の定理を利用して考察する。

（1）半円ウの半径は $\dfrac{\mathrm{AB}}{2}$ で $\mathrm{AB}=2a+2b$ より半径は $a+b$

（求める面積）＝（半円ウの面積）－（半円アの面積）－（半円イの面積）

$$=\frac{1}{2}\pi(a+b)^2-\frac{1}{2}\pi a^2-\frac{1}{2}\pi b^2$$
$$=\pi ab$$

【図1】




（2）三角形$\mathrm{CDO_3}$において，三平方の定理より

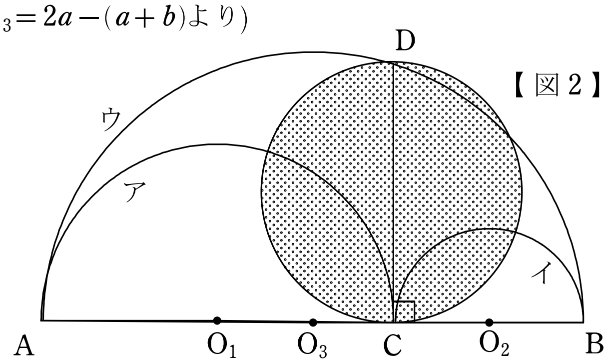
$\mathrm{DO_3}^2=\mathrm{CO_3}^2+\mathrm{CD}^2$　($\mathrm{DO_3}=\mathrm{AO_3}=$半円ウの半径より)

$\mathrm{CD}^2=\mathrm{DO_3}^2-\mathrm{CO_3}^2$　($\mathrm{CO_3}=\mathrm{CA}-\mathrm{AO_3}=2a-(a+b)$より)

$=(a+b)^2-\{2a-(a+b)\}^2$

$=4ab$

【図2】



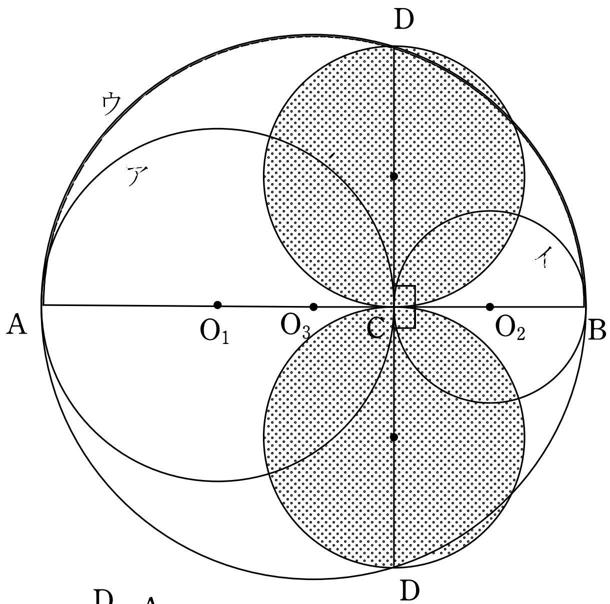

$$(\text{求める面積})=\pi\left(\frac{\mathrm{CD}}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}\mathrm{CD}^2$$
$$=\pi ab$$

(別解)　方べきの定理を利用する。【図2】を線分ABを対称に同様の半円を重ねると下の図のようになる。この図と方べきの定理から

$AC\times BC=CD^2$

$CD^2=2a\times 2b=4ab$

$$(\text{求める面積})=\pi\left(\frac{CD}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}CD^2$$
$$=\pi ab$$

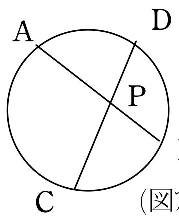



※方べきの定理(相似な三角形から証明できる)
円Oとその円周上にない点Pを取り，点Pを通る2本の割線（円との共有点が2個の直線）と円Oの交点をA, BとC, Dとすると，(図ｱ，図ｲ)

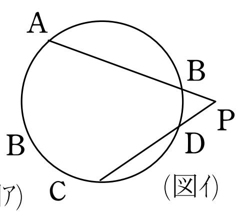
　$\mathrm{PA}\times\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\times\mathrm{PD}$　が成り立つ。

また，Pが円Oの外側にあるとき，一方の割線が円Oの接線となる場合にも，円と割線の交点をA, B, 接点をTとすると，(図ｳ)

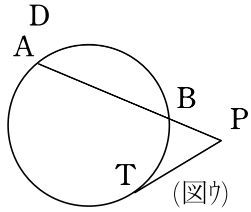
　$\mathrm{PA}\times\mathrm{PB}=\mathrm{PT}^2$　が成り立つ。



(図ｱ)



(図ｲ)



(図ｳ)

（3）①

$O_4$ から直線 AB に垂線を下ろした交点を E とする。

AE＝$x_4$ とおく

$O_1O_4 = a + r_4$，$O_3O_4 = a + b - r_4$，

$x_4 + r_4 = 2a$

三角形 $O_1O_4E$ と三角形 $O_3O_4E$ において，三平方の定理より

$O_4E^2 = O_1{O_4}^2 - O_1E^2$

$= (a + r_4)^2 - (x_4 - a)^2$ ………①

$O_4E^2 = O_3{O_4}^2 - O_3E^2$

$= (a + b - r_4)^2 - \{x_4 - (a + b)\}^2$ ………②

①＝②より

$(a + r_4)^2 - (x_4 - a)^2 = (a + b - r_4)^2 - \{x_4 - (a + b)\}^2$

$2ar_4 + br_4 = bx_4$　ここで $r_4 = 2a - x_4$ ………③　より $x_4$ を求めると

$x_4 = \dfrac{a(2a + b)}{a + b}$　これを③に代入して　$r_4 = \dfrac{ab}{a + b}$

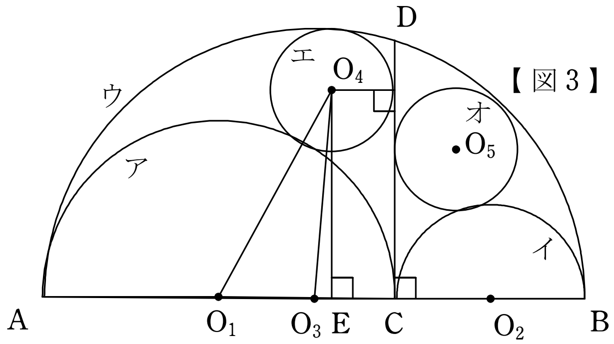
②

記述例

$r_5$を求めるには、$r_4$を求める作業と同じことを行えばよい。すなわち図形の位置関係から

$r_4$の結果の$a$, $b$を入れかえると$r_5$になる。つまり$r_5 = \dfrac{ba}{b + a} = \dfrac{ab}{a + b}$　となり

$r_4 = r_5$である。



【図3】

2 【出題の意図】 ニュートン算とは，とある行列にどんどん人が並んでいく中で，どれくらいの時間で行列をなくすことができるかを求める問題である。行列の人が，水や草に置きかえられることもある。仕事算や旅人算の考え方と合わせて，応用されることが多い。行列に並ぶことはよくあることだが，これを機会に数学的に考えてもらいたい。

（1）１分あたり行列に $n$ 人増加するとする。

窓口 ２つで減る人数は１分あたり　$(180+4.5n)\div4.5=(40+n)$人 ･･･ ①

窓口 ３つで減る人数は１分あたり　$(180+2.5n)\div2.5=(72+n)$人 ･･･ ②

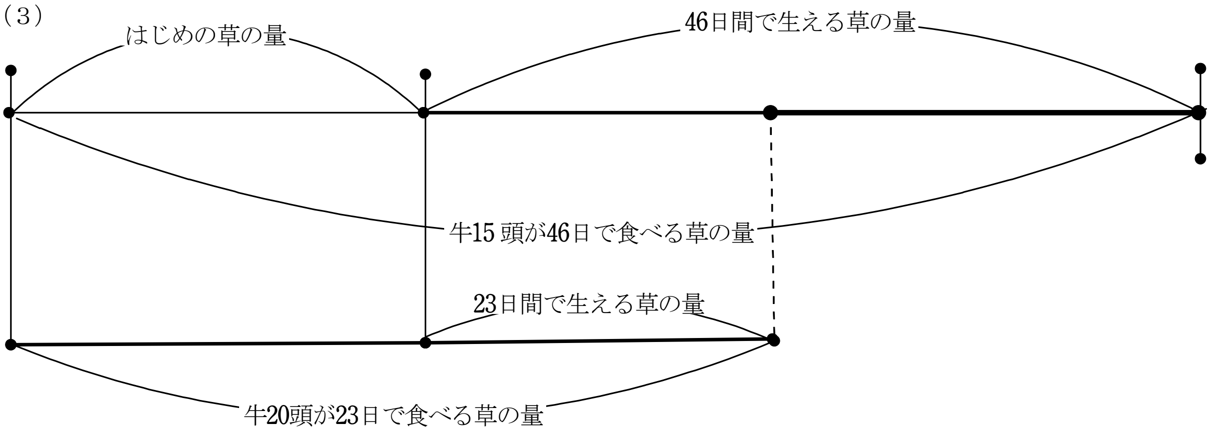
窓口 １つで減る人数は１分あたり　②−①　なので　$(72+n)-(40+n)=32$（人）

（2）（1）より，窓口１つで減る人数は1分あたり 32 人だから，

窓口２つで減る人数は１分あたり　$32 \times 2 = 64$（人）

これが①と一致するので　$40+n=64$　　$n=24$（人）

（3）




牛１頭が１日に食べる草の量を $n$ とすると

牛15 頭が 46 日で食べる草の量は　$n \times 15 \times 46 = 690n$

牛20 頭が 23 日で食べる草の量は　$n \times 20 \times 23 = 460n$

なので，図の太線部分の草の量は　$690n - 460n = 230n$

よって，１日で生える草の量は　$230n \div (46-23) = 10n$

初めの草の量は　$690n - 10n \times 46 = 230n$

牛 33 頭を飼うとき１日に食べる草の量は $33n$ であるから，１日に減る草の量は

$33n - 10n = 23n$　したがって　$230n \div 23n = 10$　　10 日間で草がなくなる。

（4）　23 日間のうち，6 日間は草の生える量が２倍になったので，23 日間に生えた草の量は（3）より

$10n \times (23-6) + 10n \times 2 \times 6 = 290n$

23 日間で牛が食べた草の量は，初めの草の量が　$230n$　より

$230n + 290n = 520n$

また，23 日間のうち，6 日間は牛の食べる草の量が半分になったので，23 日間で牛１頭が食べる草の量は

$(23-6)n + \frac{1}{2}n \times 6 = 20n$

したがって，牧場で飼っていた牛の数は　$520n \div 20n = 26$　　26 頭飼っていた。

$\boxed{3}$ 【出題の意図】鉄道の運賃を題材に，消費税増税に伴う運賃の値上げについて，不等式を作り考察する。

（1）$400\times\dfrac{110}{108}=407.40\cdots\cdots$

IC カードを利用する場合，1 円未満の端数を切り捨てるから 407 円

切符を利用する場合，10 円未満の端数を切り上げるから 410 円

（2）IC カードと切符， 2 つの新運賃が同額であるのは，$\dfrac{110}{108}x$ が整数のときである。

$\dfrac{110}{108}=\dfrac{55}{54}$ で，54 と 55 の最大公約数が 1 より，$\dfrac{110}{108}x$ が整数となるのは改定前の運賃 $x$ が 54 の倍数のときである。 改定前の運賃は 10 円きざみであるから 200 から 1500 までの 10 の倍数のうち，54 の倍数であるものを考えると，540 と 1080 。

よって，540 円，1080 円

（3）切符の新運賃が 20 円の値上げとなるのは，切り上げる前の増額分が 10 円より大きく，20 円以下であればよいから

$$x+10<\frac{110}{108}x\leqq x+20$$

これを解くと　　$540<x\leqq 1080$

改定前運賃は 10 円きざみであるから，求める範囲は　550 円以上 1080 円以下

（4）この運賃改定では,

IC カードを利用した場合，1 円未満の端数を切り捨て,

切符を利用した場合で運賃，10 円未満の端数を切り上げるから

$\dfrac{110}{108}x$ が整数のとき以外，IC カードを利用する場合のほうが，切符を利用する場合よりも安い。

以下，$\dfrac{110}{108}x$ が整数でないとする。また，実数 $a$ の整数部分を $[a]$ で表す。

IC カードを利用する場合の新運賃は $\left[\dfrac{110}{108}x\right]$ 円である。

また，切符を利用する場合の新運賃は

$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$ の一の位が 0 のとき　　$\left(\left[\dfrac{110}{108}x\right]+10\right)$ 円

$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$ の一の位が 1 のとき　　$\left(\left[\dfrac{110}{108}x\right]+9\right)$ 円

……

$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$ の一の位が 9 のとき　　$\left(\left[\dfrac{110}{108}x\right]+1\right)$ 円

である。よって，$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$ の一の位が 0 のとき，IC カードと切符の運賃の差が 10 円となり最大である。

$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$の一の位が 0 のときを考える。

$\dfrac{110}{108}x=\dfrac{55}{54}x=x+\dfrac{1}{54}x$ であり $x$ は 200～1500 までの10円きざみの整数なので

$\left[\dfrac{110}{108}x\right]$の一の位が 0 のときは $\dfrac{1}{54}x$ が

$\dfrac{1}{54}x=10a+b$　$a$は自然数　$b$ は $0<b<1$　と表すことができればよい。

つまり　$x=540a+54b$　で　$a$は自然数　$54b$ は $0<54b<54$

$x$ は 200～1500 までの10円きざみの整数を考えると

$a=1$　$54b=10,20,30,40,50$　のときは

$x=550,560,570,580,590$

$a=2$　$54b=10,20,30,40,50$　のときは

$x=1090,1100,1110,1120,1130$

つまり、

550 円，560 円，570 円，580 円，590 円，1090 円，1100 円，1110円，1120 円，1130 円のとき，運賃の差が 10 円であり，最大となる。

（５）$x\leqq\dfrac{110}{108}x<x+5$ のとき，四捨五入の際に切り捨てられ，かつ値上げにならない。

これを解くと　　$0\leqq x<270$

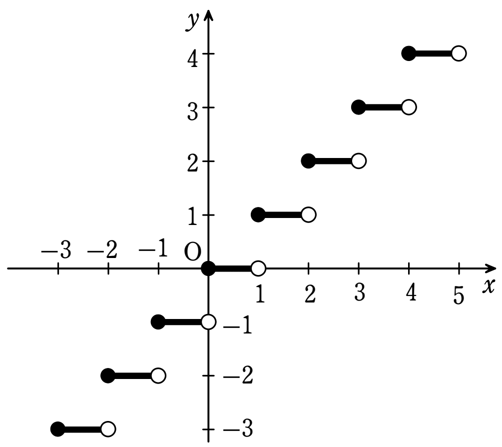
よって，200 円以上 260 円以下のとき，値上げにならない。

＜解説＞

（４）の解答で，「実数 $a$ の整数部分を$[a]$で表す。」と記述したが，記号[　]はガウス記号と呼ばれるものである。ただし，解答では「実数 $a$ の整数部分」としたが，これは $a$ が運賃で，正だからである。負の数を含む実数全体でガウス記号を考えるときは，

「$x$ を超えない最大の整数を$[x]$で表す」と定義する。たとえば，$[1.5]=1$，$[3]=3$，$[-1.5]=-2$，$[-3]=-3$ である。

$f(x)=[x]$ とすると，関数 $y=f(x)$ のグラフは右の図のようになり，$x$ が整数の値をとるところで，切れている。関数 $f(x)=[x]$ は，$x$ の整数値で不連続である。



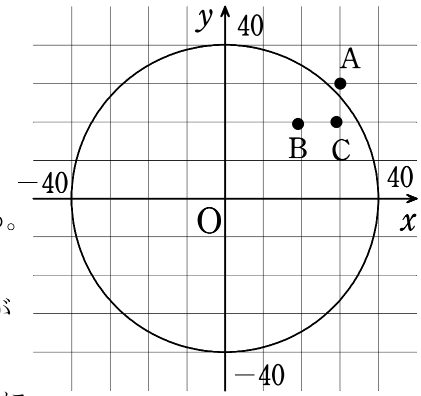

$y=[x]$ のグラフ

$\boxed{4}$ 【出題の意図】（１）整数の性質を身近な事柄へ利用できる。（２）～（３）格子点の個数を規則性を考えて数えることができる。

（１）$12=2^2\cdot 3$　$15=3\cdot 5$　より　12 と 15 の最小公倍数は $2^2\cdot 3\cdot 5=60$

よって，求める正方形の１辺の長さは 60 $cm$ なので，求める面積は $60^2=3600$（$cm^2$）

（２）図のように円の中心を原点とした座標軸をとる。




A（30，30），B（20，20），C（30，20）とする。

$OA=30\sqrt{2}>40$ より点 A は円の外側にある。

$OB=20\sqrt{2}<40$ より点 B は円の内側にある。

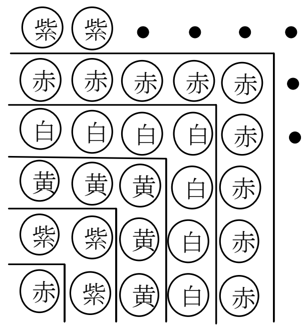
$OC=\sqrt{30^2+20^2}=10\sqrt{13}<40$ より点 C は円の内側にある。

第１象限には（10，10）（10，20）（10，30）（20，10）（20，20）（20，30）（30，10）（30，20）の場所に８本が植えられる。

また $x$ 軸上には（−40，0）（−30，0）…（40，0）の場所に９本が植えられる。

対称性から求める本数は $8\cdot 4+9\cdot 2-1=49$（本）

（３）図のようにチューリップの色で分けて考える。




全部で横に 501 本，縦に 501 本植えることになるので，

$501=4\times 125+1$ より黄色のチューリップは 125 回植えることになる。

１回目は５本，２回目は 13 本，３回目は 21 本，…，

125回目は 997 本植えるので，求める本数は

$$5+13+21+\cdots+997=\frac{125}{2}(5+997)=62625\text{（本）}$$

＜解説＞

$5+13+21+\cdots+997$ の計算

$$\begin{array}{rrrrrr} & 5+ & 13+ & 21+ & \cdots+ & 997 \\ + & 997+ & 989+ & 981+ & \cdots+ & 5 \\ \hline & 1002+ & 1002+ & 1002+ & \cdots+ & 1002 \end{array}$$

よって，1002 を 125 回足して２で割れば和が求められる。

これは，数学者ガウスが小学生のときに行った方法だと言われています。

（4）図１のように正方形で分けていくと $n$ 番目までの正方形の中には

$(2n-1)^2$ 本のチューリップが植えられている。

$(2\cdot 22-1)^2=1849$　$(2\cdot 23-1)^2=2025$ より

2018 本目のチューリップは 22番目の正方形の外側で、23 番目の正方形の中にある。

図２より、2025本目のチューリップは左220$cm$下 220 $cm$，なので

2018本目のチューリップは数えていくと左150 $cm$下220 $cm$ と表すことができる。

よって，左150 $cm$下へ220 $cm$

図１

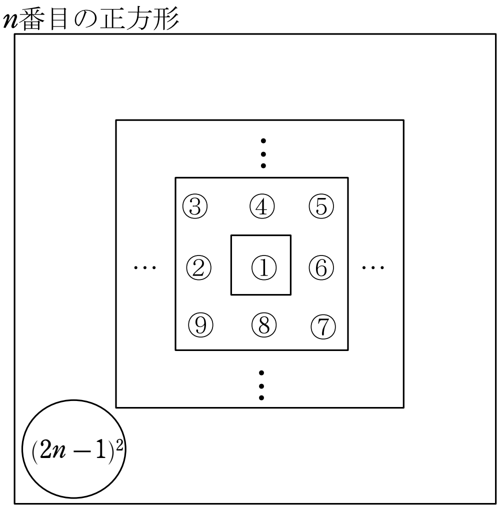
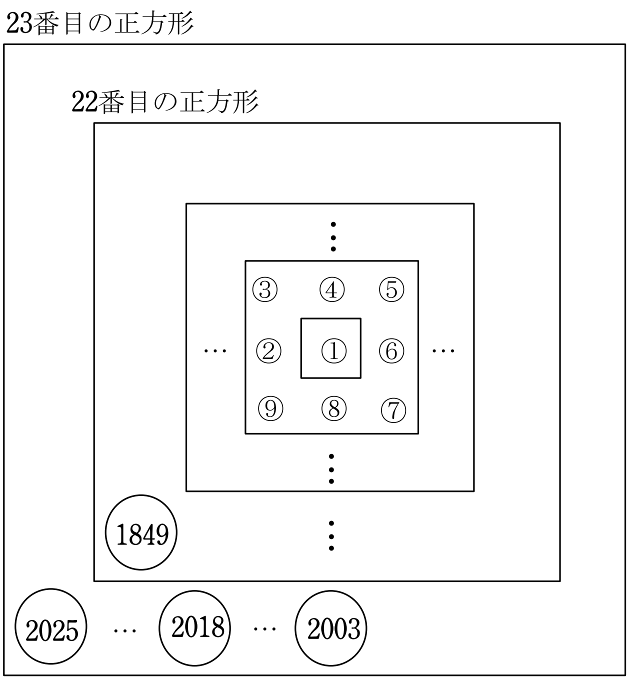



図２



$\boxed{5}$【出題の意図】　ピタゴラス数を次々と生み出す「ピタゴラス行列」についての問題。1組のピタゴラス数から新たに3組のピタゴラス数を作ることができ，ピタゴラス数全てを網羅することを実感してほしい。なお，「行列」自体は高等学校の学習範囲外である。

（1）　$(5,12,13)$，$(6,8,10)$

（2）　$PA=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\ 4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\ 12\\ 13\end{pmatrix}$　　$5^2+12^2=13^2$ となるので，ピタゴラス数である。

$PB=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\ -4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21\\ 20\\ 29\end{pmatrix}$　　$21^2+20^2=29^2$ となるので，ピタゴラス数である。

$PC=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ -4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\ 8\\ 17\end{pmatrix}$　　$15^2+8^2=17^2$ となるので，ピタゴラス数である。

＜解説＞

$P=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}$ を「ピタゴラス行列」といい，$P$ を用いて $\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$ を $\begin{pmatrix}a'\\ b'\\ c'\end{pmatrix}$ に変換すること，すなわち

$\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a'\\ b'\\ c'\end{pmatrix}$ を「ピタゴラス変換」という。

（3）　$\begin{pmatrix}1 & -2 & 2\\ 2 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\ 12\\ 13\end{pmatrix}$ より，$PA$ については $\begin{pmatrix}1 & -2 & 2\\ 2 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21\\ 20\\ 29\end{pmatrix}$ より，$PB$ については $\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ -2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 4\\ 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\ 8\\ 17\end{pmatrix}$ より，$PC$ については $\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ -2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 3\end{pmatrix}$

＜解説＞

$\begin{pmatrix}1 & -2 & 2\\ 2 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 3\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2\\ -2 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 3\end{pmatrix}$ は，列ベクトル $A, B, C$ のマイナスを行列の方に吸収させたものになっている。

（4）　$PA'=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-5\\ 12\\ 13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\ 24\\ 25\end{pmatrix}$

$PB'=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-5\\ -12\\ 13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}55\\ 48\\ 73\end{pmatrix}$

$PC'=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5\\ -12\\ 13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}45\\ 28\\ 53\end{pmatrix}$

＜解説＞

$PA', PB', PC'$ それぞれについて計算した結果出てきた数の組は，$7^2+24^2=25^2$，$55^2+48^2=73^2$，$45^2+28^2=53^2$ となるので，ピタゴラス数である。本問では，$PA', PB', PC'$ のみ求めたが，$PB$ を $T$ とおき，$T$ から $A'', B'', C''$ を作って，$PA'', PB'', PC''$ を計算すると，以下のようになり，さらに規則性が見えやすい。

$$PA''=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-21\\ 20\\ 29\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}39\\ 80\\ 89\end{pmatrix}$$ $39^2+80^2=89^2$ となるので，ピタゴラス数である。

$$PB''=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-21\\ -20\\ 29\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}119\\ 120\\ 169\end{pmatrix}$$ $119^2+120^2=169^2$ となるので，ピタゴラス数である。

$$PC''=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}21\\ -20\\ 29\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}77\\ 36\\ 85\end{pmatrix}$$ $77^2+36^2=85^2$ となるので，ピタゴラス数である。

（5）$\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a'\\ b'\\ c'\end{pmatrix}$ より，$\begin{cases}-a-2b+2c=a'\\ -2a-b+2c=b'\\ -2a-2b+3c=c'\end{cases}$

これを $a, b, c$ について解くと，$\begin{cases}a=-a'-2b'+2c'\\ b=-2a'-b'+2c'\\ c=-2a'-2b'+3c'\end{cases}$

よって，$\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a'\\ b'\\ c'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$ となるので，$P'=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}$

＜解説＞

本問の行列 $P'$ を，行列 $P$ の「逆行列」といい，一般的に $P^{-1}$ と表すことが多い。ピタゴラス行列においては，$P=P^{-1}$ すなわち，もとの行列と逆行列が一致することがわかる。

（6）（5）より，$\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2\\ -2 & -1 & 2\\ -2 & -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}33\\ 56\\ 65\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$

よって，$\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-15\\ 8\\ 7\end{pmatrix}$

（7）①　ピタゴラス数の列ベクトルに左から行列 $P$ を掛けることにより，新たなピタゴラス数が作り出され，1組のピタゴラス数から新たに3組のピタゴラス数が作り出される。しかし，もとのピタゴラス数を何倍かしてできるピタゴラス数は作り出されない。

②　ピタゴラス数の列ベクトルに左から $P'$（$P$ と $P'$ は同じ）を掛けることにより，もとのピタゴラス数がわかる。ただし，マイナスを取る必要がある。

**高校部門　物理**

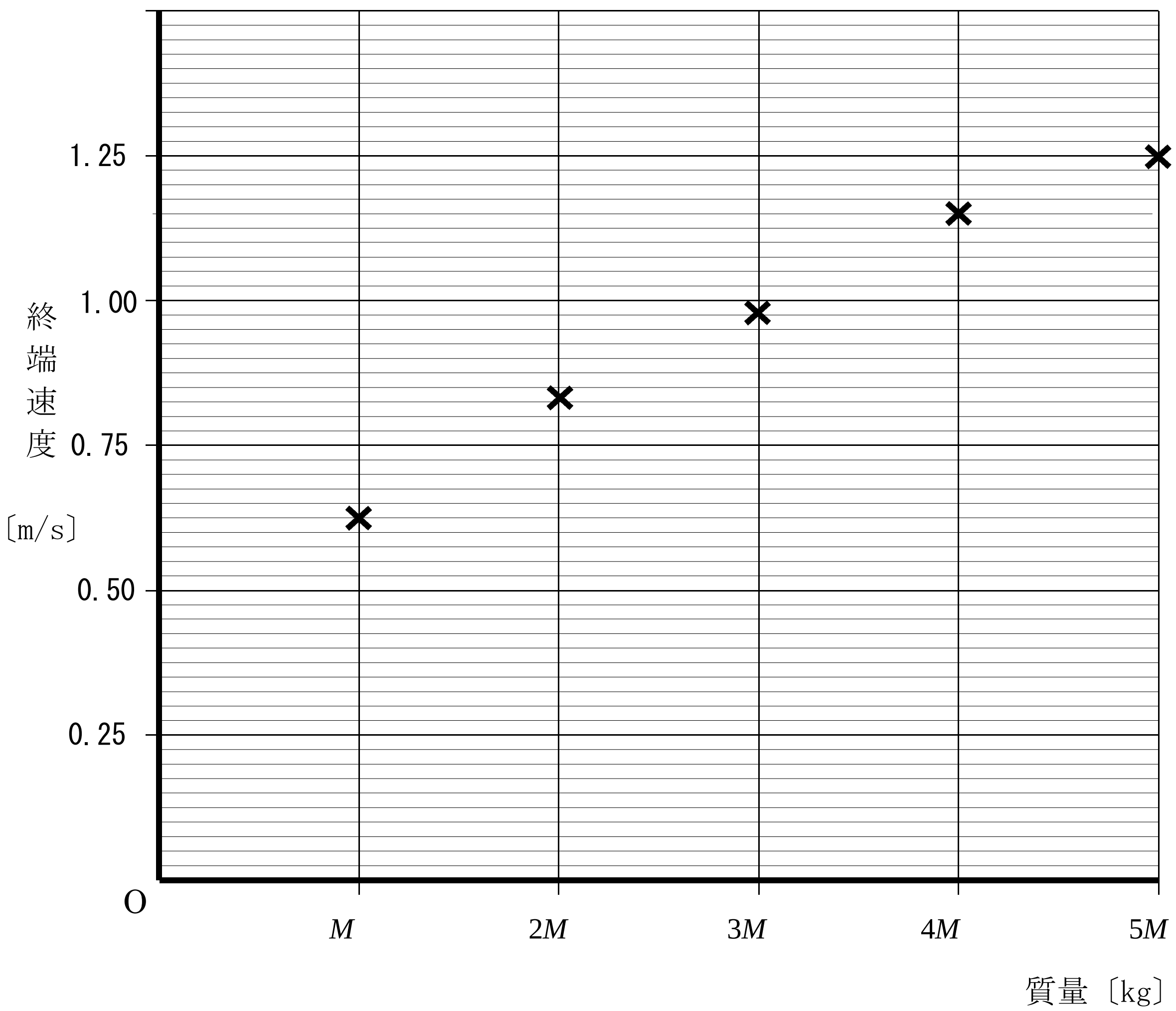
1 レポート　　　　参加番号

【表】

## 質量と終端速度の関係

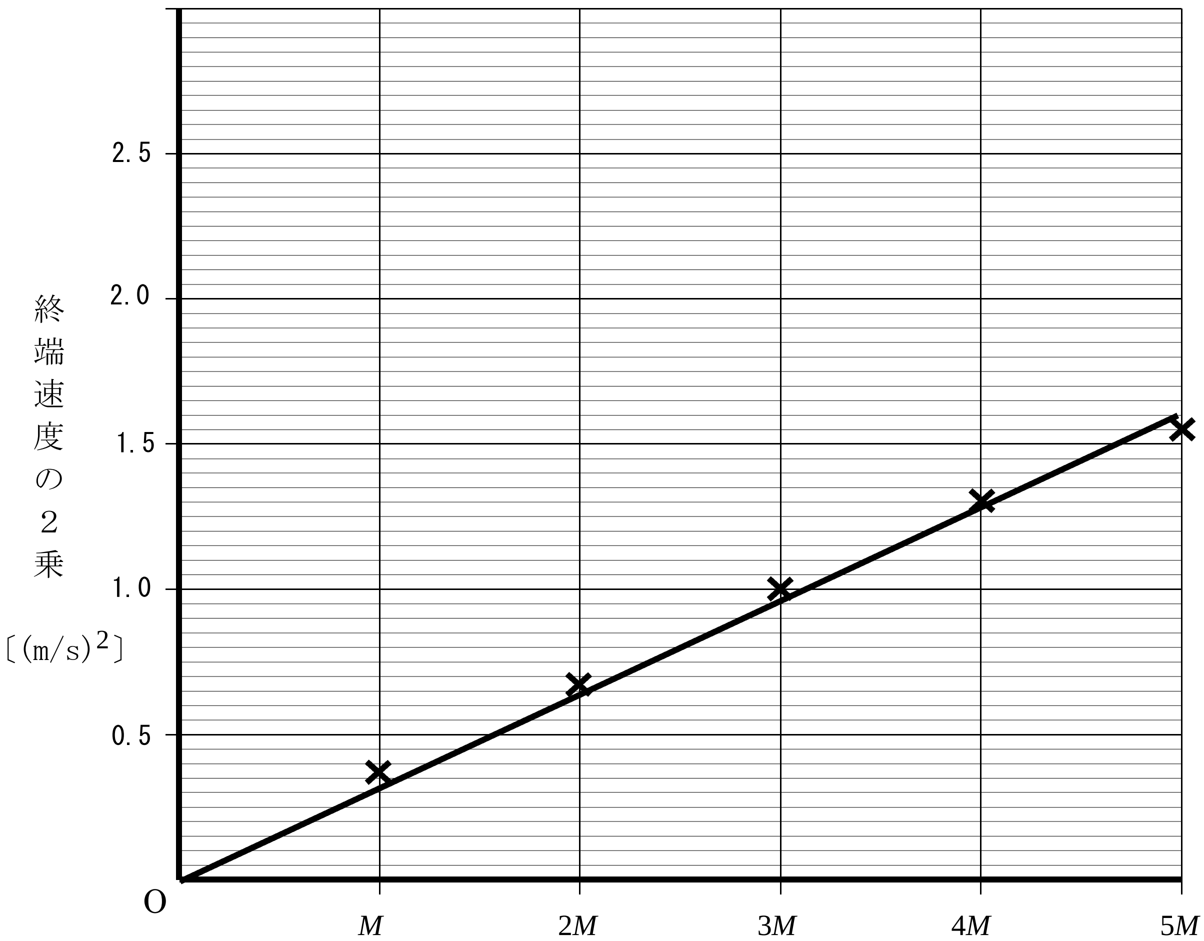
| | | 測定時間〔s〕 | | | | 終端速度 $v$〔m/s〕 | $v^2$〔$(m/s)^2$〕 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 平均 | | |
| 質量〔kg〕 | $M$ | 2.45 | 2.29 | 2.54 | 2.43 | 0.620 | 0.38 |
| | $2M$ | 1.77 | 1.81 | 1.81 | 1.80 | 0.833 | 0.69 |
| | $3M$ | 1.52 | 1.56 | 1.47 | 1.52 | 0.987 | 0.97 |
| | $4M$ | 1.33 | 1.26 | 1.34 | 1.31 | 1.15 | 1.32 |
| | $5M$ | 1.24 | 1.18 | 1.17 | 1.20 | 1.25 | 1.56 |

【グラフ１】　質量と終端速度の関係



参加番号

【グラフ２】　**質量と終端速度の２乗との関係**




【考察】

(1) 実験を行うとき、どのようなことに気をつけたか。また工夫した点について説明せよ。

・重ねた薄紙カップが離ればなれになったり、メジャーや机に薄紙カップが触れないよう何度も実験を繰り返した。

・薄紙カップの有効断面積がどの質量の時も同じになるよう気をつけた。

(2) グラフから分かることを述べよ。

・質量が大きくなると、終端速度も大きくなることが分かる。

・グラフ１では、終端速度と質量の関係を見つけることはできないが、グラフ２では、終端速度の２乗が質量に比例していることがはっきりわかる。

・終端速度の２乗（$v^2$）は質量（$m$）に比例する。

$v^2 = k \times m$　　※ $k$ は比例定数

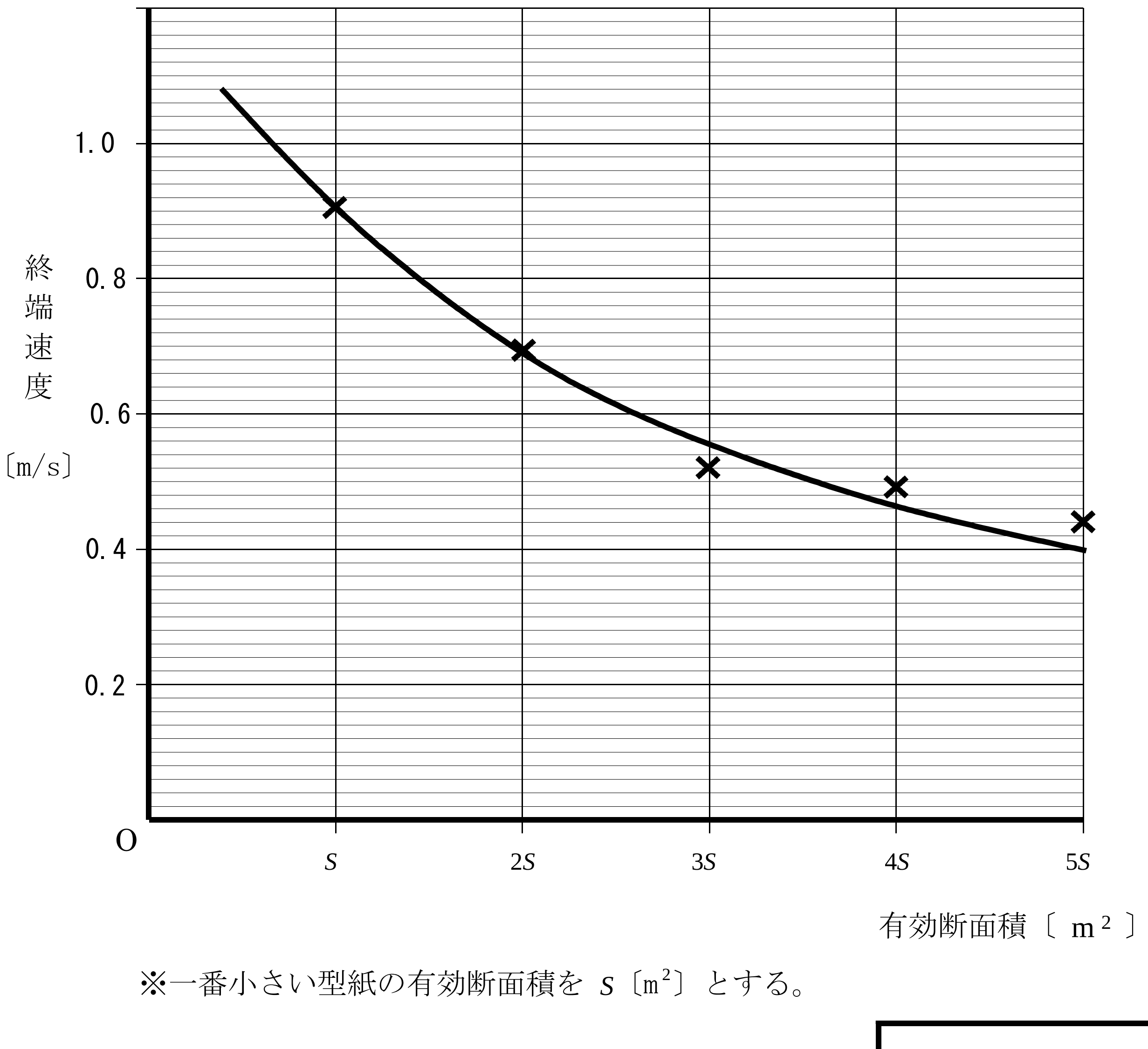
**高校部門　物理**

2 レポート　　　　　　　　　　　　　　　参加番号

【表】　　　　　　　**有効断面積と終端速度の関係**

| | | 測定時間　〔s〕 | | | | 終端速度 $v$ | $v^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 平均 | 〔m/s〕 | 〔$(m/s)^2$〕 |
| 有効断面積〔m²〕 | $S$ | 1.62 | 1.68 | 1.68 | 1.66 | 0.904 | 0.817 |
| | $2S$ | 2.11 | 2.12 | 2.26 | 2.16 | 0.693 | 0.480 |
| | $3S$ | 2.84 | 2.91 | 2.87 | 2.87 | 0.522 | 0.272 |
| | $4S$ | 3.36 | 2.74 | 3.08 | 3.06 | 0.490 | 0.240 |
| | $5S$ | 3.42 | 3.71 | 3.59 | 3.57 | 0.420 | 0.176 |

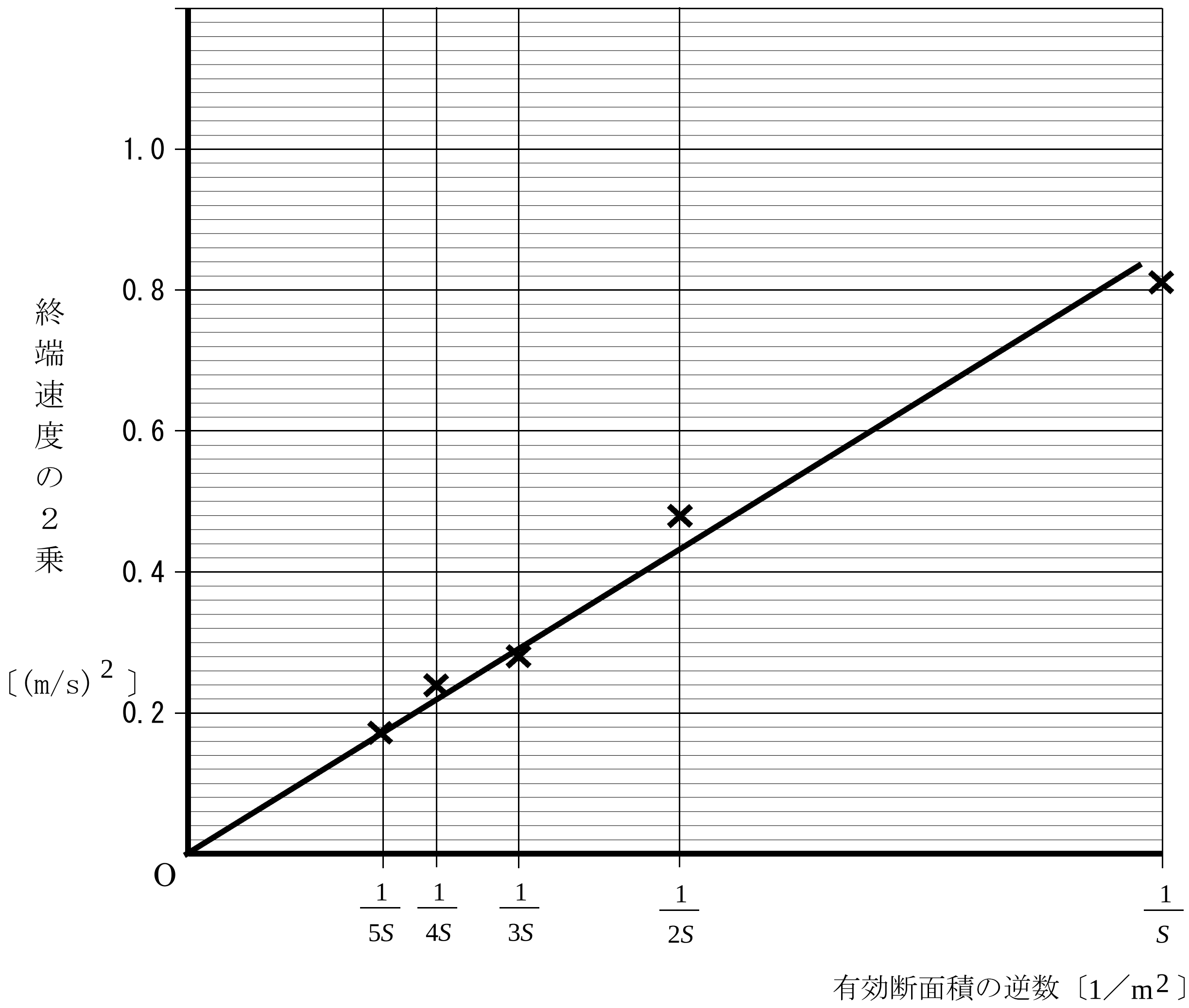
【グラフ３】　　　　**有効断面積と終端速度の関係**




※一番小さい型紙の有効断面積を $S$〔m²〕とする。

参加番号

【グラフ４】　　有効断面積の逆数と終端速度の２乗との関係




※一番小さい型紙の有効断面積を $S$〔m$^2$〕とする。

【考察】

(1) 実験を行うとき、どのようなことに気をつけたか。また工夫した点について説明せよ。

・底面積が小さい薄紙カップは回転しないよう気をつけた。

・底面積が大きい薄紙カップはひらひら舞い落ちないよう折り目を何度も調整し、真っ直ぐ落下するよう気をつけた。

(2) グラフから分かることを述べよ。

終端速度の２乗は有効断面積の逆数に比例することが分かる。

$v^2 = k / S$　　※ $k$ は比例定数

**高校部門　物理**

3 レポート　　　　　　　　　　　　　　　　　参加番号

【説明】　グラフ用紙は別紙

落下距離が 0.30～0.50m で終端速度に達していると考えられる。

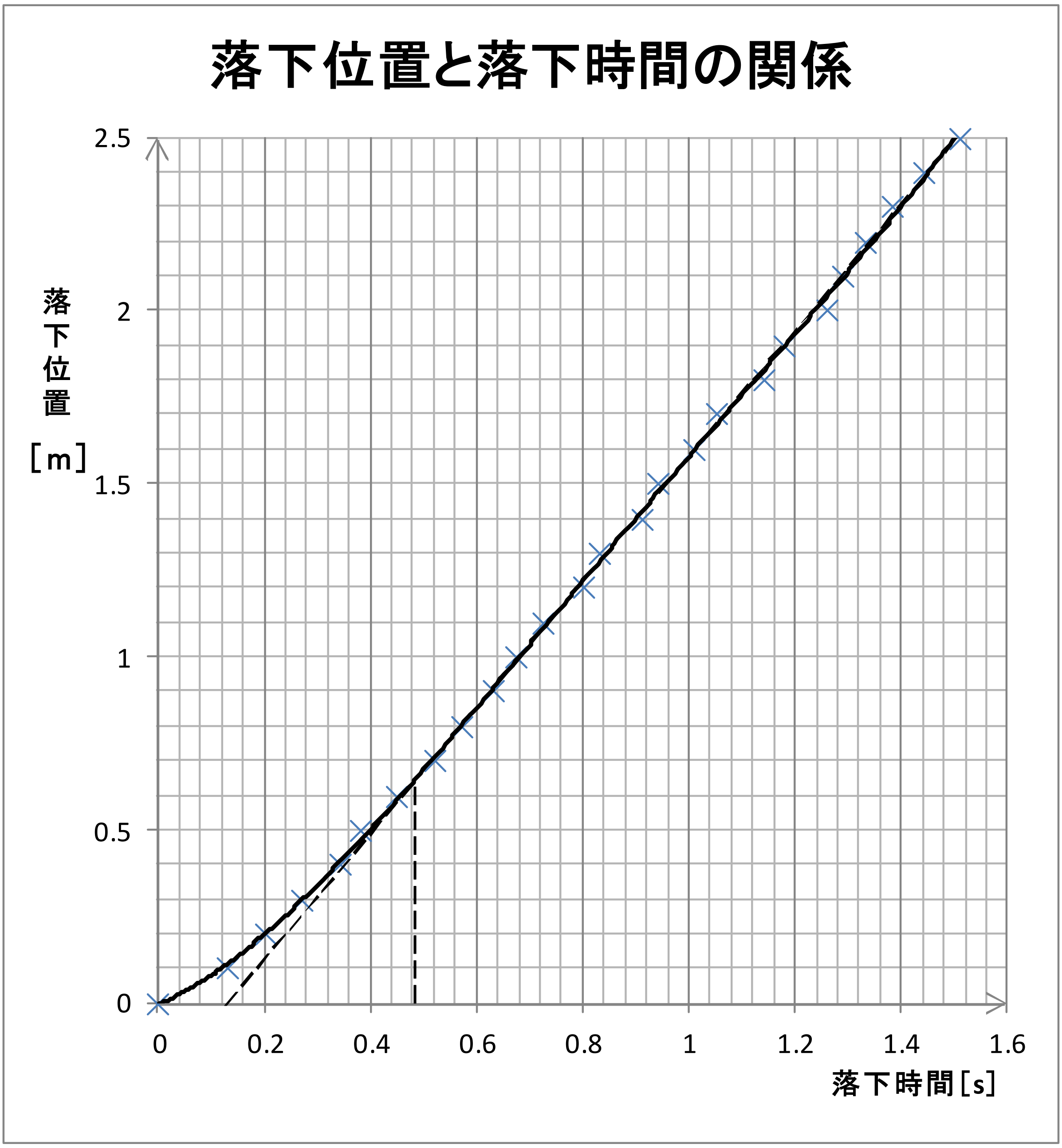
根拠

・落下位置と落下時間の関係をグラフに表すと、落下距離 0.30～0.50m 付近を境に曲線から直線に変わっていくことが分かる。

・グラフの傾きは、速度を表すことから、落下位置が 0～0.30m では、空気抵抗を受けながらも徐々に速度を増していることが分かる。また落下位置が 0.50m 以上では、グラフの傾きがほぼ同じになっていることから、終端速度に達していると思われる。

以上より、このアルミカップは落下距離が0.30～0.50m で終端速度に達していると推測される。

別紙　グラフ作成例

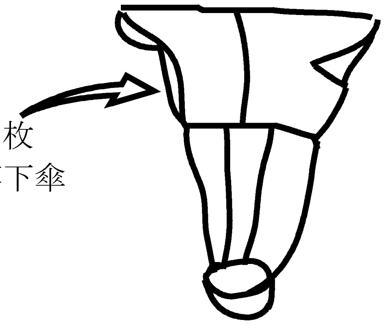


4 レポート　　　　参加番号

【考察】落下物にどの様な工夫をしたか。図を用いて説明せよ。

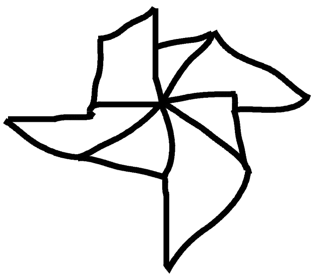
［ 空気抵抗を大きくする工夫 ］

・Ａ４の紙をできるだけつなぎ合わせ有効断面積を大きくし、空気抵抗を大きくした。




［ 安定に落下させる工夫 ］

・縁を波状に折り曲げ、空気がスムーズに流れるように工夫した。
・図のように風車のように回転させることで安定に落下させた



［ 発泡ポリスチレン球を多く載せる工夫 ］

・地面衝突時の衝撃を吸収できるよう、リボンを垂らした。

［ その他の工夫 ］

・軽量化するため、不要と思われる部分を切り取った。

【参考】　抵抗力と終端速度

気体や液体のように流れることのできるものを流体という。流体の中を物体が運動するか、物体を流体が通過する場合、その物体には抵抗力 $D$ がはたらく。この抵抗力は運動を妨げ、物体に対する流体の流れの向きに作用する。

流体中の物体にはたらく抵抗力の大きさ $D$ は、物体の速さ（または流体の流速）$v$ によって変化するが、一般には複雑な変わり方をする。

霧吹きで作った霧状の水滴の落下運動のように、速さ $v$ が小さいとき（正確にはレイノルズ数と呼ばれる速さ $v$ や流体の粘性，流体の密度，物体の形状によって決まる値が小さいとき）には、抵抗力 $D$ は $v$ に比例することが知られている。これは流体の粘性に起因する抵抗力で粘性抵抗と呼ばれる。

一方、$v$ が大きくなると（正確にはレイノルズ数が大きくなると）抵抗力 $D$ は $v^2$ に比例するようになることが知られている。この抵抗は物体後方に流体の渦が生じることに起因する抵抗力で慣性抵抗と呼ばれる。この場合、抵抗力 $D$ の大きさは速さ $v$ と、実験的に決定される抵抗係数 $C$ によって次の式で関係付けられている。

$$D = \frac{C\rho S}{2}v^2 \quad ・・・①$$

$\rho$：空気の密度

$S$：有効断面積（速度 $v$ に垂直な断面積）

$C$：抵抗係数

静止していた丸い物体が空気中を落下するとき、抵抗力 $D$ は上向きである。その大きさは 0 から始まり、物体の速さが大きくなるにつれて大きくなる。上向きの抵抗力 $D$ は下向きの重力 $mg$ に逆らうので、運動方程式は、次のようになる。

$$ma = mg - D \quad ・・・②$$

$m$：物体の質量

$a$：物体の加速度

物体が十分に長い距離を落下すると、$D$ は最終的に $mg$ と等しくなるため、$a = 0$ となり、物体の速さはこれ以上大きくならず、物体は一定の速さで落下する。この速さを終端速度 $v_t$ という。

終端速度 $v_t$ を求めるため、②式で $a=0$ とし、$D$ に①式を代入すると次のようになる。

$$mg - \frac{C\rho S}{2}{v_t}^2 = 0$$

$$\therefore \quad {v_t}^2 = \frac{2g}{C\rho} \cdot \frac{m}{S} \quad ・・・③$$

③式より、終端速度の 2 乗 ${v_t}^2$ は質量 $m$ に比例し、有効断面積 $S$ に反比例することがわかる。


参考文献

培風館　物理学の基礎〔1〕力学

学術図書出版社　基礎物理学　上

共立出版　詳解　物理学演習　上

1 【解答例】

２錠の質量 0.96 g

| | 初めの目盛 mL | 中和点における目盛 mL | その差 mL |
|---|---|---|---|
| １回目 | 0.41 | 3.82 | 3.41 |
| ２回目 | 3.85 | 7.28 | 3.43 |
| ３回目 | 7.28 | 10.70 | 3.42 |

３回の滴定値の平均値は 3.42 mL

作成したエタノール溶液 10 mL に溶けているアセチルサリチル酸の物質量を x mol とすると，反応式よりアセチルサリチル酸は１価の酸なので，

$$1 \times x\ \mathrm{mol} = 1 \times 0.10\ \mathrm{mol/L} \times 3.42 \times 10^{-3}\ \mathrm{L}$$

よって $x\ \mathrm{mol} = 3.4 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$ となる。

今，溶液 100 mL に２錠中のアセチルサリチル酸が溶けているから，溶液 50 mL に１錠中のアセチルサリチル酸が溶けていることになる。つまり１錠中のアセチルサリチル酸の物質量は，エタノール溶液 10 mL 中の $3.42 \times 10^{-4}$ mol の５倍なので，分子量 180 より，

$$3.42 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol} \times 5 \times 180\ \mathrm{g/mol} = 3.08 \times 10^{-1}\ \mathrm{g}$$

よって１錠中のアセチルサリチル酸の質量パーセントは，

$$\frac{3.08 \times 10^{-1}\ \mathrm{g}}{4.8 \times 10^{-1}\ \mathrm{g}} \times 100 = 64\ \%$$

∴ 64 %

工夫した点

① 乳棒をエタノールで洗い，乳鉢もエタノールで洗ってアセチルサリチル酸を溶かし出した。

② ろ過の最後には，ビーカー内をエタノールで洗い，洗液も回収した。

③ 溶液の色が微赤色となるように気をつけて滴下した。

④ ホールピペットの先に残った溶液を、手で温めて出し切った。

など

2 【解答例】

1

| | |
|---|---|
| TLCシート貼り付け欄 |     |

2

| シート | TLCシート1 | | | | TLCシート2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 色素 | 入浴剤 | | 赤3 | 展開溶媒 | 赤106 | 青1 | 黄4 | 展開溶媒 |
| | 色素（赤） | 色素（黄） | | | | | | |
| 距　離 (mm) | 1.45 | 0.75 | 2.59 | 3.05 | 1.35 | 1.12 | 0.81 | 2.85 |

3

〈Rf値計算欄〉

Rf値（赤３）＝$\frac{2.59}{3.05}$＝0.849≒0.85

同様にしてRf値を求めると，以下の表のような値になる。

Rf値（入浴剤：赤）＝$\frac{1.45}{3.05}$＝0.475≒0.47　　Rf値（入浴剤：黄）＝$\frac{0.75}{3.05}$＝0.246≒0.25

Rf値（赤106）＝$\frac{1.35}{2.85}$＝0.473≒0.47

Rf値（青１）＝$\frac{1.12}{2.85}$＝0.392≒0.39

Rf値（黄４）＝$\frac{0.81}{2.85}$＝0.284≒0.28

| | 赤3 | 赤106 | 青1 | 黄4 | 入浴剤 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rf値 | 0.85 | 0.47 | 0.39 | 0.28 | 色素（赤）：0.48<br>色素（黄）：0.25 |

4

以上の結果より，入浴剤に含まれる色素の種類を特定すると，Rf 値が色素（赤）は 0.48，赤 106 は 0.47，色素（黄）は 0.25，黄 4 は 0.28 で近いため，赤 106 と黄 4 が含まれると推定できる。

〈工夫した点〉

- 入浴剤溶液や色素試料を TLC シートにつけるときは，できるだけスポットが小さくなるようにした。
- TLC シートを容器に入れるときは，展開溶媒が飛び散らないようにそっと入れた。

など

【出題のねらい】

色素の吸着剤への親和性の違いを利用して，入浴剤に含まれる色素を分離・特定する。

【解説】

- 薄層クロマトグラフィー（**T**hin-**L**ayer **C**hromatography）とは

TLC と略記します。シリカゲル，アルミナなどの粉末吸着剤をせっこうなどと練り合せて，ガラス板上に薄膜状に固着させ，乾燥させたものを使ったクロマトグラフィーです。ペーパークロマトグラフィーに似ていますが，それと比べて展開時間が短く (数分～数十分) ，各成分の分離がよく，強酸，強塩基，反応性の高い試薬などの成分検出に使うことができるので，反応のモニター，微量物質の分離，精製に利用されています。

- 天然色素と合成色素について

天然色素は食品や生物から色素を抽出します。代表的な物はクチナシの実から抽出されるクロシンやケルセチン，ブドウ糖や砂糖，デンプン類から得られるカラメル色素などです。天然色素は合成色素に比べ発色が柔らかで，混ぜる物質によってはくすんだ色味になることがあります。

合成色素は化学的に合成される人工色素のことです。赤色２号や黄色４号など，数字番号が振られています。合成色素の利点は少量で発色が良いことや色素同士を混ぜ合わせてさまざまな色を作ることが容易な点です。人体への有害性をしばしば語られますが，合成色素に限らず，天然色素も定められた用法・容量を守らなければ，人体に有害な影響を及ぼす可能性は十分にあります。

- 今回使用した入浴剤の成分について

製品情報に示してある有効成分は，ホウ砂，炭酸水素ナトリウム，セスキ炭酸ナトリウム，パパイン，モモ葉エキス，無水ケイ酸，乾燥硫酸ナトリウム，水，エタノール，香料，**赤 106**，**黄 4** です。特に黄 4 の色素は蛍光色素であり，ブラックライトの照射による識別も可能です。

3 【解答例】

| A（三角形） | B（正方形） | C（円） | D（ひし形） |
|---|---|---|---|
| ポリエチレン（PE） | ポリスチレン（PS） | ポリプロピレン（PP） | ポリ塩化ビニル（PVC） |

実験１

４種類のプラスチック（A・B・C・D）を水に入れる。

A・C が水に浮いたため，PE かPP だと考えられる。B・D が沈んだのでPS か PVC と考えられる。

実験２

エタノールをプラスチックコップに入れ，実験１で水に浮いたプラスチック A・C を入れる。

ここでは，A・C ともに沈んでいる。そこへ水を加えていくと，エタノールの濃度が低くなるので水溶液の密度が大きくなる。そのため，先に浮いてきたC がPP だと考えられる。また，浮いてこなかったA はPE だと考えられる。

実験３

実験２と同様に，プラスチックコップに水をいれ，実験１で水に沈んだ B・Dを入れる。

ここでは，B・D ともに沈んでいる。そこへ食塩を徐々に加えていくと，食塩水の濃度が高くなるので水溶液の密度が大きくなる。先に浮いてきた B が PS だと考えられる。また，浮いてこなかったD は PVC だと考えられる。

〈工夫した点〉

・比重の近い PP と PE を分離するときに，エタノールの中に水を少しずつ加えて比重を変えた。

その結果，少しの水で比較することができた。

・プラスチック片に空気がつかないように注意した。

など

【出題のねらい】

密度の違いを利用して物質を特定する。

【解説】

水・エタノール・食塩を使って密度の異なる液体を作り，その中に入れたプラスチック細片の浮き沈みを観察することで種類を区別します。例えば，エタノールに水を加え，濃度を低くすると，密度が大きくなります。このように濃度と密度の関係を利用しながらプラスチックを特定していきます。

その他のプラスチックの特定方法としては，プラスチックの細片を燃やし，燃え方の微妙な違いから種類を絞り込む方法などがあります。基本的にプラスチックは石油からできている有機化合物で，炭素や水素が主な構成元素です。においやすすの有無などで違いを区別できます。また，加熱した銅線に塩化ビニルを付着させ，再び炎の中に入れると，青緑色を呈する反応（バイルシュタイン反応）を見ることができます。さらに，製品になっているプラスチックは２種類以上のプラスチックを重ねたり，複合材だったり，添加剤が含まれていたりしている場合が多いです。そのためこのような方法で，プラスチックの種類を特定できない事もありますが，種類によって共通の性質や固有の性質があることを実験を通して発見できます。

今回実験で使用した４種類のプラスチックの性質や用途を表にまとめます。

| プラスチック名 | 性質 | 用途 |
|---|---|---|
| ポリプロピレン（PP） | 密度が小さいにもかかわらず強度に優れている | 車のバンパーなど |
| ポリエチレン（PE） | 破れにくく，水にも強い | レジ袋など |
| ポリスチレン（PS） | 成形加工が容易である | 食品容器の発泡トレーなど |
| ポリ塩化ビニル（PVC） | 軽く耐久性・酸やアルカリに強い | パイプなど |

## とやま科学オリンピック　解答例および解説　　高校部門（生物）

1

【本問題のねらい】

われわれ生物は，生命の誕生から光の強弱・種類の影響を受け続けてきた。動物の視覚も，植物の光受容もその延長線上にある。ここでは，動物の光受容について，眼のしくみと視覚の本質〔１〕，動物種によって異なる適刺激（光の波長）と生態〔２〕，盲斑の実験による眼の構造的な理解〔３〕という，３つのテーマについて探究することで，いわゆる視覚について深く学ぶことを主眼とした。

１【解答例】

| | | |
|---|---|---|
| (1) | 厚みの変化 | 厚くする |
| | 理由 | 網膜上に像を結ぶのに屈折率を大きくするため。 |
| (2) | 物体と眼との距離が 8～10　cm くらいのとき，水晶体の厚さが最大になる。水晶体はそれ以上厚くならないので，それよりも近くの物体の像を網膜上に結べないから。 | |
| (3) | 近くの物体を見るときは，水晶体と網膜との距離を短くし，遠くのものを見るときは，水晶体と網膜との距離を長くすることで，網膜上に像を結ぶ。 | |
| (4) | 図２より，視軸付近には錐体細胞が多いので，明るいところで物を注視したときは，錐体細胞が光を受容している。それに対して，視軸から離れた周辺部は桿体細胞が多いので，夜に目線をずらして星空をみるときはこの細胞が光を受容している。従って，錐体細胞は強い光を受容するが弱い光は受容できず，桿体細胞は弱い光を受容する性質が関与していると考えられる。 | |
| (5) | 大脳の中では，眼から入ってきた情報と過去の経験などをもとに，物の形や色，明暗などが構成され「視覚」が生じるから。 | |

【解説】

(1)，(2) 問題の図１で見られる通り，眼の水晶体は凸レンズの形状をしている。凸レンズは，厚みが大きくなると屈折率が大きくなり，焦点距離が短くなる。水晶体は，この原理で光の屈折を調整し，網膜でちょうど像を結ぶようにしている。ただ，水晶体は柔軟ではあるがその変形にも限界があり，物体と眼との距離が近すぎると，調節作用が働かなくなる。なお，本問には直接関係しないが，水晶体の変形に関わる筋肉を毛様体といい，近くの物を長時間見続けると筋肉疲労を起こすため，そうした活動につながる行動(スマートフォンの画面を長時間見続ける・暗所で本を読む，など)は避けたいところである。

(3) 魚やイカの眼は，デジタル一眼カメラに似ている。デジタル一眼カメラは，ピントを合わせるためにレンズ(水晶体に相当)と撮像素子(網膜に相当)との間の距離を変えるので，レンズが本体から飛び出ているのである。そして，デジタル一眼カメラは，レンズの厚さはレンズ自体を交換しない限り調整できない。魚やイカをスーパーマーケットなどで丸ごと買うと，眼を観察することができる。水晶体が球形であることは観察を通して理解できる。

(4) 暗所で物体を見るとき，色覚は働いているだろうか？もちろん，光源がまったく存在しなければ視覚自体はたらかないが，多少の光があれば物体の輪郭程度は把握できる。このときはたらいているのが，桿体細胞である。桿体細胞は暗所ではたらき，明暗を識別できるため，特に夜行動物で発達している。

(5) 錯覚は，古来から興味本位にも学術的にも取り上げられてきたテーマである。眼(特に網膜)は，外

部の情報をある程度正確に受容していると考えられるが，われわれの「視覚」は，外部の世界がそうである通りに感じてくれない。この「誤差」はなぜ生じるか考えると，眼と「視覚」が生じるまでとの間にある大脳が，視覚に大きく関与していることがわかる。大脳は，眼が受容した情報以外に，過去の経験（「陰の部分は周りよりも暗いはず」など）や知識を元に，情報を再構成して「視覚」を作っているのである。

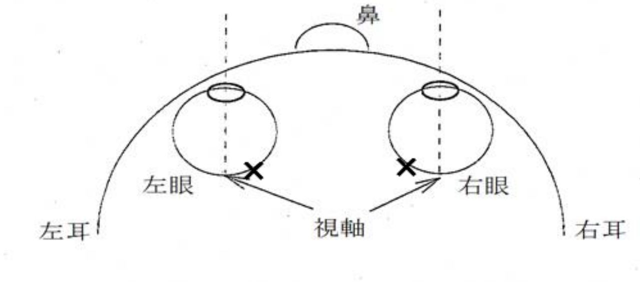
2【解答例】

| | |
|---|---|
| (6) | ヒトの眼で見ると，花の色は一様に同じ色に見え，花粉や花の蜜が存在する中心部が認識しにくい。一方で昆虫の眼だと，中心部が暗く見えることで，花の中に明暗のコントラストができ，中心部を認識しやすい。そのため，昆虫は花の中でも目的とする場所に到達しやすいと考えられる。 |
| (7) | ヒトは受容できるが，ホタルイカは受容できない色の光で観察すればよいので，赤い光のもとで観察をする。 |

【解説】

(7) ホタルイカは，本文中にある通り，緑色～青色を感じることができるが，逆に言えばそれ以外の色の光を受容できないところに気づくことが解答のポイントである。水中では短波長側の光線がより深いところまで届くため，水中生物の可視光線は短波長が含まれることが多い。

3【解答例】

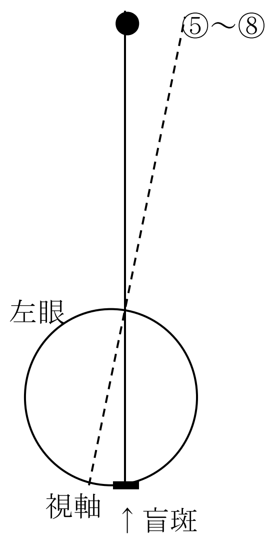
<table>
<tr><td rowspan="6">(8)</td><td rowspan="5">i</td><td colspan="2">右眼を隠したとき</td><td>見えなくなったときの数字</td><td>⑤</td><td>再び見えるようになったときの数字</td><td>⑧</td></tr>
<tr><td colspan="2">左眼を隠したとき</td><td>見えなくなったときの数字</td><td>なし</td><td>再び見えるようになったときの数字</td><td>なし</td></tr>
<tr><td rowspan="2">逆さまにしたとき</td><td>右眼を隠したとき</td><td>見えなくなったときの数字</td><td>なし</td><td>再び見えるようになったときの数字</td><td>なし</td></tr>
<tr><td>左眼を隠したとき</td><td>見えなくなったときの数字</td><td>⑤</td><td>再び見えるようになったときの数字</td><td>⑧</td></tr>
<tr><td colspan="6">
</td></tr>
<tr><td>ii</td><td colspan="6">・左右で盲斑に結ばれる像が異なるので，必ずどちらかの眼が像を結んでいるから。<br>・片眼で見ているときは，常に眼球が少しずつ動いているので，盲斑に結ばれた部分の像がすぐに補えるから。<br>・視覚情報の欠落した部分は周辺の情報で補われるから。</td></tr>
</table>

【解説】

i　左眼で視点を右へとずらしていき，⑤から⑧へと注視した場合，●から届く光は，ちょうど盲斑で像を結んでいる状態にある。盲斑は，視細胞が分布していないため，●が見えない状態になる。（下図）右眼で同じ向きで行った場合は，●から届く光は，盲斑では像は結ばないため，常に●は見える。

図の向きを逆にし，右眼で視点を左へとずらした場合は，⑤～⑧を注視したとき，●から届く光はちょうど盲斑で像を結ぶため，●が見えない状態になる。これらのことから，各眼の盲斑は，×の位置（解答の図）にあると推測できる。

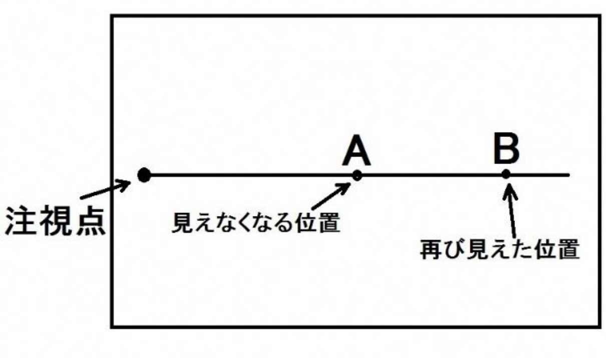
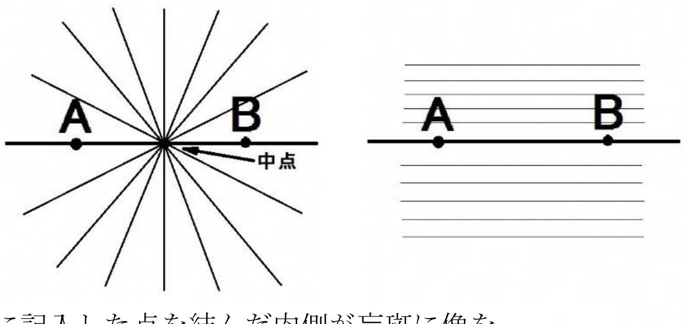
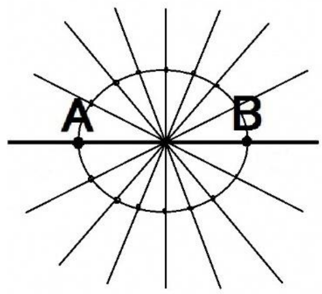
左眼で⑤～⑧を注視しているときの位置関係




ii　両眼で見ると，互いの盲斑の位置，見えない範囲が異なることから，各眼球がそれぞれの盲斑の視覚情報を補うことかできる。そのため，盲斑によって欠けた部分があることを感じることなく生活できる。また片眼で見ているときも，私たちは何かを注視する時以外は，常に眼球を動かしているので，視覚が欠けていることに気づかない。

視覚情報の欠落した部分は，周辺の情報で補うことができることからも，視覚が欠けていることに気づかない。

【解答例】

<table>
<tr><td rowspan="3">(8)</td><td>ⅲ</td><td>
①２人組で，それぞれ検者と被検者になる。<br>
②記録用紙を作成する。<br>
・記録用紙には，被検者の目の高さと同じになるよう「注視点」を記す。<br>
・注視点から実験台の面に水平になるよう直線を引く。<br>
・記録用紙を，机の端から 50cm 程度のところに固定する。<br>
③被検者は机の端にあごをつけ，記録用紙の注視点をを右眼で見つめる。<br>
④検者は，指示棒の先端を注視点から少しずつ右側に動かす。<br>
被検者は，指示棒の先端が見えなくなる位置(A)と再び見えた位置(B)を合図し，記録用紙に記入する。（下図）<br>

<br>
（記録用紙の例）<br>
⑤(A)と(B)の中点から，放射状または平行線を何本か引き，それぞれの線上で③，④を繰り返す。<br>

<br>
⑥放射線状に記入した点を結んだ内側が盲斑に像を結ぶ範囲となり，盲斑の形を表すこととなる。<br>
（右図：記入例）<br>
⑦記録用紙に図示した盲斑に長径と短径を測定し，記入する。<br>


</td></tr>
<tr><td>ⅳ</td><td>（実験結果は別紙に記入）</td></tr>
<tr><td>ⅴ</td><td>（実験結果は別紙に記入）</td></tr>
</table>

【解説】

ⅲ～ⅳ　被検者は，右眼で○（注視点）を注視し，検査者がマチ針の先端を○（注視点）から右へ移動させていき，被検者がマチ針の先端が見えなくなる点（A），再び見える点（B）を測定する。A と B の中点を求め，そこから８方向程度，線を引き，それぞれの線に沿って，見えない，見えるの境界線を測定する。測定した点をつなぐと盲斑の形が確認できる。

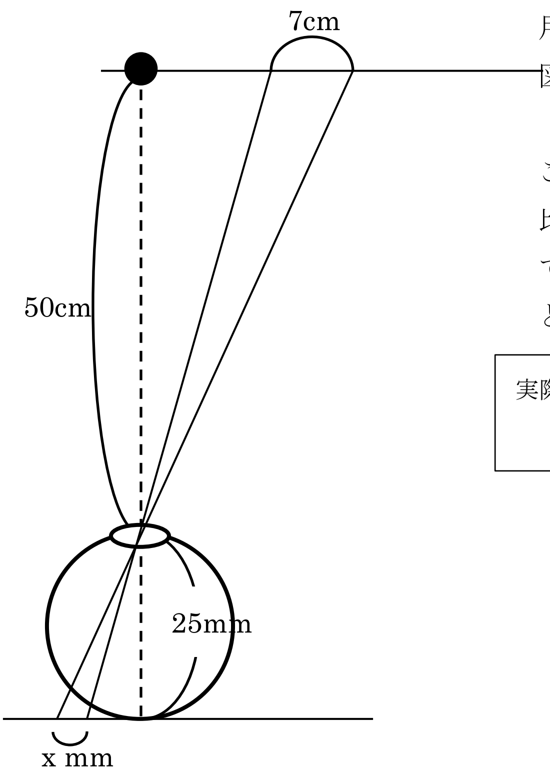
ⅴ　用紙に写し出した盲斑の直径を測定する。長径は一番長い部分，短径は一番短い部分を測定する。

【解答例】

| | | |
|---|---|---|
| (8) | ⅵ | 解答例　　盲斑の大きさを x ㎜とする。<br>実験の図の盲斑の長径　：　眼と用紙の距離　＝　x ㎜ ：　２５ ㎜<br>７．０㎝　：　５０㎝　＝　x ㎜ ：　２５ ㎜<br>３．５ ㎜ |
| | ⅶ | 解答例　　盲斑の中心との黄斑の中心の距離を y ㎜とする。<br>実験の図の注視点と盲斑の中心の距離　：　眼と用紙の距離　＝　y ㎜ ：　２５ ㎜<br>１４．５㎝　：　５０㎝　＝　y ㎜ ：　２５ ㎜<br>７．３ ㎜ |

【解説】

ⅵ



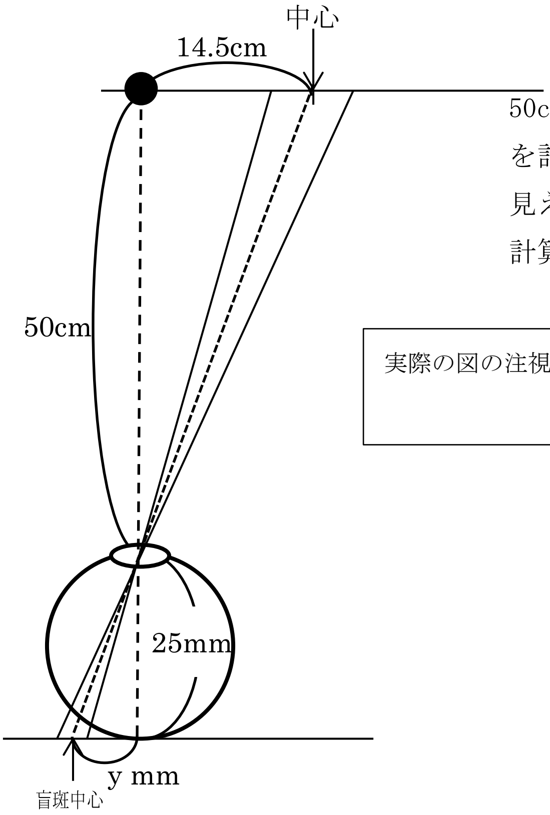

用紙と眼の距離が 50cm で測定した場合

図示した盲斑の直径：7.0cm

この場合，左のような位置関係，比率となる。50cm：25㎜ の比率より，盲斑の直径 x の長さを計算する。なお網膜は曲面であるが，網膜の中の見えない部分は，ごく小さいので用紙と平行な平面と考え，計算する。

| |
|---|
| 実際の図の盲斑の直径：眼と用紙の距離＝　x mm　: 25 mm<br>7.0 cm　:　50 cm　＝　x mm　: 25 mm |

ⅶ




用紙と眼の距離が 50㎝ で測定した場合

図示した注視点と盲斑の中心の距離：14.5cm

50㎝：25㎜ の比率より，盲斑の中心と黄斑の中心の距離を y を計算する。この場合も，網膜は曲面であるが，網膜の中の見えない部分は，ごく小さいので用紙と平行な平面と考え，計算する。

| |
|---|
| 実際の図の注視点と盲斑の中心の距離：眼と用紙の距離＝y mm ：25 mm<br>14.5 cm ： 50 cm ＝ y mm ：25 mm |

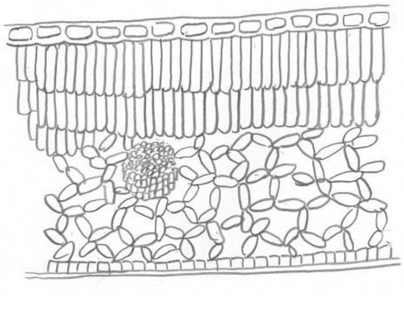
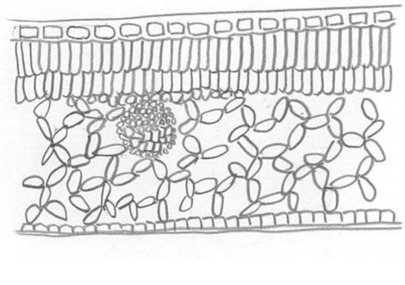
2

【本問題のねらい】

植物が光合成をして成長していくためには，光が不可欠である。また，動物のように移動することができない植物にとって，周囲の環境条件を知るためには，光強度や光の波長，光周期（明暗周期）などは重要な情報である。それらの違いにより，同種の植物であったとしても個体ごとに形態的変化が生じたり，発芽や花芽形成の時期に差がでたり，生存や繁殖に適した条件で生育したりすることができる。

光が植物に様々な影響を与えていることを考察してもらいたい。

1 【解答例】

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>i</td><td colspan="2">葉Aは表面の緑色が濃く，厚みがあり，全体的に硬い。葉Bは葉Aより緑色が薄く，葉が薄く，柔らかい。</td></tr>
<tr><td>ii</td><td>葉A<br></td><td>葉B<br></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="6">(1)</td><td rowspan="2">ⅲ</td><td colspan="2">使用した対物レンズ　（　10　）倍<br>計算過程<br>（例）　１０　×　８　＝　８０</td><td>使用した対物レンズ　（　10　）倍<br>計算過程<br>（例）　１０　×　６　＝　６０</td></tr>
<tr><td colspan="2">葉Ａ　　８０μｍ</td><td>葉Ｂ　　６０μｍ</td></tr>
<tr><td>ⅳ</td><td colspan="3">葉Ａは葉の表側の細長い細胞層が厚い。葉緑体が多く含まれていて緑色が濃く見える。それに対して葉Ｂは葉の表側の細長い細胞層が薄い。葉緑体は葉Ａよりも少なくやや緑色が薄い。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ⅴ</td><td>表側の組織</td><td colspan="2">それぞれの細胞は細長く，整然と並んでいる。細胞と細胞の隙間が少ない。<br>葉緑体が多く含まれていて緑色に見える。</td></tr>
<tr><td>裏側の組織</td><td colspan="2">細胞はやや丸みを帯びているが不規則な形である。細胞と細胞の隙間が大きい。<br>葉緑体が含まれていて緑色に見える。</td></tr>
</table>

【解説】

(1)　１つの種子や球根から発生した個体の細胞は，すべて同じ遺伝子をもつ。植物の光合成器官である「葉」は１つの個体に何枚も形成されるが，光環境の違いにより葉の大きさや厚み，内部の組織の構造など形態に差が生じる。植物は置かれた環境で最大限に成長できるように個体の形態を変化させながら成長する。光の強さが刺激となり葉の組織の形状にも影響を与える。光がよくあたる場所に形成される葉は陽葉とよばれ，反対に光があまりあたらない場所に形成される葉は陰葉とよばれる。光量が多い場所にある陽葉は柵状組織が発達し厚みがある葉に，それに対して陰葉は薄い葉になる傾向がある。1 枚の葉のなかで，光合成速度が呼吸速度を上まわり，植物全体としても光合成量が上まわることで個体の成長につながる。

また，ミクロメーターは顕微鏡下で，細胞や細胞小器官の大きさを測定するのに用いられる。

【解答例】

<table>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td>ⅰ</td><td>ブナは落葉広葉樹であるため，秋に紅葉してその後落葉し林内が明るくなる。そのため，５月前半は新芽が出てきて葉が展開するのに従い，相対光量は減少してくる。そして，６月から９月は，葉が十分に成長しているので，相対光量は少なくなる。</td></tr>
<tr><td>ⅱ</td><td>カタクリは球根に栄養を蓄積する植物である。早春の雪解けごろに，葉を展開し開花するため，林床が十分明るい時に光合成をし，再び，球根に栄養を蓄えることができるため，林床でも育つことができる。</td></tr>
<tr><td>ⅲ</td><td>・陽葉は単位面積当たりの光合成速度が陰葉の約２倍あり，光合成の効率がよい。<br>・単位乾燥重量当たりの光合成量においては，陽葉と陰葉の差は少ないので，葉の厚さの違いなどが，陽葉と陰葉の単位面積当たりの光合成速度に影響を与えている。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>ⅰ</td><td>クロロフィルａやクロロフィルｂが吸収している波長の光が，植物の光合成によく利用されている。</td></tr>
<tr><td>ⅱ</td><td>光合成を効率よく行うために，赤色光や青色光など光合成に有効な波長の光を集中的に照射する。</td></tr>
</table>

【解説】

(2) 森林は多様な植物種が関わり合いながら生活している。樹冠の上部を占めるブナの葉は，落葉広葉樹であり季節によって状態が大きく変わるため，林床に見られるカタクリの光環境に大きく影響を与えている。

(3) 光の波長が光合成に影響を与えるしくみの解明が進んでいる。また，特定の波長を照射する光源や LED の光源の開発が進むことにより，植物工場などで植物を効率よく育てるための方法も発展してきている。

2 【解答例】

| | | |
|---|---|---|
| (4) | i | 図３から，葉のもつ光合成色素がよく吸収する光は 400～500nm，600～700nm の波長の光であり，その光が光合成によく使われると考えられる。よって，太陽光のエネルギーのうち，400～700nm の波長の光が葉に吸収され，吸収されなかった光が葉を通したものとなるから。 |
| | ii | 表１よりレタスの種子は，最後に遠赤色光をあてた場合にほとんど発芽しないことが分かる。他の植物の陰では，図４のように 660nm の赤色光は少なく，逆に 730nm の遠赤色光が多く当たることから，レタスの種子は発芽できない。 |
| | iii | レタスの種子は，赤色光と遠赤色光を感知することができる。最後に当てた光が赤色光であれば，光合成によく利用される光が当たる条件なので発芽するが，その効果は遠赤色光によって打ち消され，発芽しなくなる。そのことは，他の植物に覆われていない光合成に適した条件下でのみ発芽することにつながる。 |
| (5) | 小型の種子は，大型の種子に比べ種子内の栄養分の蓄積が少なく，発芽してもすぐに光合成を開始できなければ枯死してしまう。そのため，光条件がよい環境にあるかどうかを感知して発芽を調節するという性質をもつ方が有利になるため。 | |

【解説】

(4) 光を好む日向でよく育つ植物は，他の植物の陰になり光を受けにくい状況になると，茎を伸長させて他の個体よりも上へ伸びようとする。これを避陰反応という。避陰反応は植物にあたる 730nm 付近の遠赤色光の量の割合が，660nm 付近の赤色光の量に対して高くなると誘導される反応である。人間の眼は遠赤色光に対する感度が低く，赤色光との違いを見分けることが困難である。しかし，太陽光は，赤色光に加えてかなりの量の遠赤色光を含んでいる。光合成に使われる光は青色光と赤色光が中心であり，遠赤色光を緑葉は利用しない。このため，赤色光を多く含む光があたることは，光合成に適した条件であることの指標になり，遠赤色光を多く含む光があたることは，上に他の植物の葉があって光合成に適さない環境であることの指標になる。

(5) 一般に，光発芽種子には小型で貯蔵栄養が少ないものが多い。赤色光による発芽誘導と遠赤色光による発芽阻害は発芽後確実に光合成を行うための戦略だと考えられる。

3【解答例】

<table>
<tr><td>(6)</td><td colspan="4">気温の変化は日長の変化に比べて不安定であり，季節はずれの暖かさや寒さなどが訪れることがある。したがって，気温の変化で花芽形成を決定すると，不適な時期に花芽を形成するおそれがある。日長の変化に応答して花芽形成を決定すると，同じ地域の同種の植物がほぼ同時に開花でき，交配の可能性が高まると考えられる。</td></tr>
<tr><td>(7)</td><td colspan="4">ⓐとⓒの結果から，明期を短い暗期で中断しても花芽形成には影響しないが，ⓑとⓓの結果から，暗期を光照射で中断すると花芽形成の結果が逆転することから，明期ではなく暗期が花芽形成に影響を及ぼすことが分かる。また，ⓓとⓔの結果から，一定時間以上の連続した暗期が必要であることが分かる。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(8)</td><td colspan="4">【実験方法】<br>（例）短日植物の葉や茎はそのままにして，すべての茎頂だけをアルミホイルで覆い光が当たらないようにすることで，茎頂だけが一定時間以上の暗期に保てるように処置する。その短日植物を花芽形成しない日長条件（長日条件）下に置く。対照実験として，処置していない短日植物も同様に長日条件下に置き，茎頂が花芽に変わるかどうかを観察する。</td></tr>
<tr><td colspan="4">【結果】<br>（例）何も処置していない短日植物は花芽形成しないが，茎頂だけをアルミホイルで覆った方は，茎頂が短日条件を感じて花芽を形成する。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(9)</td><td rowspan="2">i</td><td>（ア）</td><td>（イ）</td><td>（ウ）</td><td>（エ）</td></tr>
<tr><td>９月５日</td><td>９月４日</td><td>９月５日</td><td>９月３日</td></tr>
<tr><td>ii</td><td>短日植物</td><td colspan="3">【日長条件】<br>８月上旬～中旬の暗期の長さがダイズの花芽形成に必要である。</td></tr>
<tr><td>(10)</td><td colspan="4">秋の日没後も人工的な光を照射することで，キクを一定時間以上の暗期にならないように栽培することで花芽形成を抑制する。その後，自然の日長条件に戻すことで出荷したい時期に合わせて咲かせることができる。</td></tr>
<tr><td>(11)</td><td colspan="4">低緯度地方では，昼と夜がほぼ12時間に近い長さだが，高緯度になるにつれて四季の変化が生じ，春から夏にかけて暗期が短くなり，秋から冬にかけて長くなる。このため，高緯度地方になると低温条件の後，長日条件が得られる春から夏にかけて花芽形成させる長日植物は生育できるが，短日植物は秋から冬に変えて日長条件は得られて花芽を形成しても種子を形成する前に気温が低下し生存が困難になるため，生育できない。</td></tr>
</table>

【解説】

(6) 種子植物が，それまで成長を続けてきた栄養芽（葉や茎をつくる芽）を花芽に変えるということは，成長を止めることを示す。つまり，植物がいつ花芽をつくるか，どのくらいの成長点を花芽にするかが，植物の生と死を決める要素となるのである。花芽を形成することで，種子植物は次の世代に子孫を残す。長日植物は，春に開花するコムギやアブラナ，カーネーション，アヤメ，ヒメジョオンなどがある。短日植物は，夏から秋にかけて開花するアサガオ，サツマイモ，コスモス，オナモミなどがある。

(8) 実際には，短日植物のオナモミを用いた実験で，１枚の葉だけを短日処理し長日条件下においた場合でも，すべての栄養芽が花芽形成をすることから，葉で日長を感知することがわかった。

(9) ダイズを春から夏にかけて少しずつ間隔をおいてまいていったところ，生育の期間が異なるにも関わらずいずれも９月初めに花を咲かせることから，ダイズの花芽形成は，生育期間や気温，土壌条件の変化などによってではなく，日長や暗期の長さの変化によって花芽形成に適した季節を認識していることが発見された。

生物の生理現象が日長の変化に反応して起こることを光周性という。今回の問題では，花芽の分化が開花 20〜30 日前頃から始まるので,８月初めから中旬にかけての日長条件が葉によって感知され，その情報が茎頂に伝わり，花芽に分化すると考えられる。

(10) 富山県の冬季に出荷される電照ギクは，白熱灯や蛍光灯電球を用いて暗期中断処理による電照栽培が行われている。