とやま科学オリンピック 2016

数　学

（高校部門）

2016 年 8 月 11 日(木)

時間: 9 時 45 分～12 時 15 分(150 分)

注意事項

１．指示があるまで、問題冊子を開かないこと。

２．問題は$\boxed{1}$から$\boxed{5}$まで１０ページにわたって印刷してあります。また、別紙が１枚あります。

３．解答はすべて解答用紙に記入し、解答用紙だけを提出すること。

４．解答用紙は５枚あります。

５．参加番号を解答用紙の決められた欄に記入すること。

みなさんの健闘を期待しています。

富山県　　富山県教育委員会

このページに問題はありません

別紙

常用対数表 (1)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396

常用対数表 (2)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
5.6	.7482	.7490	.7497	.7505	.7513	.7520	.7528	.7536	.7543	.7551
5.7	.7559	.7566	.7574	.7582	.7589	.7597	.7604	.7612	.7619	.7627
5.8	.7634	.7642	.7649	.7657	.7664	.7672	.7679	.7686	.7694	.7701
5.9	.7709	.7716	.7723	.7731	.7738	.7745	.7752	.7760	.7767	.7774
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	.7882	.7889	.7896	.7903	.7910	.7917
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	.7952	.7959	.7966	.7973	.7980	.7987
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	.8021	.8028	.8035	.8041	.8048	.8055
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	.8089	.8096	.8102	.8109	.8116	.8122
6.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189
6.6	.8195	.8202	.8209	.8215	.8222	.8228	.8235	.8241	.8248	.8254
6.7	.8261	.8267	.8274	.8280	.8287	.8293	.8299	.8306	.8312	.8319
6.8	.8325	.8331	.8338	.8344	.8351	.8357	.8363	.8370	.8376	.8382
6.9	.8388	.8395	.8401	.8407	.8414	.8420	.8426	.8432	.8439	.8445
7.0	.8451	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506
7.1	.8513	.8519	.8525	.8531	.8537	.8543	.8549	.8555	.8561	.8567
7.2	.8573	.8579	.8585	.8591	.8597	.8603	.8609	.8615	.8621	.8627
7.3	.8633	.8639	.8645	.8651	.8657	.8663	.8669	.8675	.8681	.8686
7.4	.8692	.8698	.8704	.8710	.8716	.8722	.8727	.8733	.8739	.8745
7.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802
7.6	.8808	.8814	.8820	.8825	.8831	.8837	.8842	.8848	.8854	.8859
7.7	.8865	.8871	.8876	.8882	.8887	.8893	.8899	.8904	.8910	.8915
7.8	.8921	.8927	.8932	.8938	.8943	.8949	.8954	.8960	.8965	.8971
7.9	.8976	.8982	.8987	.8993	.8998	.9004	.9009	.9015	.9020	.9025
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079
8.1	.9085	.9090	.9096	.9101	.9106	.9112	.9117	.9122	.9128	.9133
8.2	.9138	.9143	.9149	.9154	.9159	.9165	.9170	.9175	.9180	.9186
8.3	.9191	.9196	.9201	.9206	.9212	.9217	.9222	.9227	.9232	.9238
8.4	.9243	.9248	.9253	.9258	.9263	.9269	.9274	.9279	.9284	.9289
8.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340
8.6	.9345	.9350	.9355	.9360	.9365	.9370	.9375	.9380	.9385	.9390
8.7	.9395	.9400	.9405	.9410	.9415	.9420	.9425	.9430	.9435	.9440
8.8	.9445	.9450	.9455	.9460	.9465	.9469	.9474	.9479	.9484	.9489
8.9	.9494	.9499	.9504	.9509	.9513	.9518	.9523	.9528	.9533	.9538
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586
9.1	.9590	.9595	.9600	.9605	.9609	.9614	.9619	.9624	.9628	.9633
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680
9.3	.9685	.9689	.9694	.9699	.9703	.9708	.9713	.9717	.9722	.9727
9.4	.9731	.9736	.9741	.9745	.9750	.9754	.9759	.9763	.9768	.9773
9.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818
9.6	.9823	.9827	.9832	.9836	.9841	.9845	.9850	.9854	.9859	.9863
9.7	.9868	.9872	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	.9908
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996

$\boxed{1}$ 富山湾は「天然のいけす」と呼ばれており，多くの魚介類のすみかとなっています。また，対馬暖流とリマン寒流が流れ込んでおり，このことは多くの魚介類が住みやすい環境の要因の１つとなっています。

実は海の環境を左右する海流の計算にも，皆さんが普段何気なく使っているコンピュータが大きな役割を果たしています。ここでは，コンピュータで行われている処理について考えていきたいと思います。近年コンピュータは大変目覚ましい速度で進化を遂げ，とても速く処理ができますが，あまり難しい操作はできません。例えば，数字を大きさの順に並べる作業でも，ひとつひとつ比較を行い数字の交換を行っていきます。さて，今から並べられた数字を交換する作業をするとき，何回の比較と交換で大きさの順に並べられるか考えていきましょう。

交換にはいろいろな方法がありますが，まずはバブルソートという方法を用いて考えたいと思います。これは，全ての数に対して，隣接する数と比較し順序が逆であれば交換するという操作を左からスタートして繰り返します。なおこの繰り返しは，交換が起こらなくなった時点で終了します。

初期データを４,２,５,１,３として考えます。

結果が確定した数を下線で示すと，

２,４,１,３,$\underline{５}$（1回目のループ終了時 比較回数:４，交換回数:３）

２,１,３,$\underline{４}$,$\underline{５}$（2回目のループ終了時 比較回数:３，交換回数:２）

１,２,$\underline{３}$,$\underline{４}$,$\underline{５}$（3回目のループ終了時 比較回数:２，交換回数:１）

$\underline{１}$,$\underline{２}$,$\underline{３}$,$\underline{４}$,$\underline{５}$（4回目のループ終了時 比較回数:１，交換回数:０）

比較回数の合計:4+3+2+1=10

交換回数の合計:3+2+1+0=6

となります。

１回目のループについて説明すると，

①４と２を比較して４の方が２よりも大きいので交換します。（２,４,５,１,３）

②４と５を比較して順番通りなので比較のみで終了して交換は行わない。（２,４,５,１,３）

③５と１を比較して５の方が１よりも大きいので交換します。（２,４,１,５,３）

④５と３を比較して５の方が３よりも大きいので交換します。（２,４,１,３,５）

ここで，１番大きな数が右端に来たので１回目のループが終了します。

（１）初期データを８,１,３,７,６,５,４,２としたとき，各ループにおける過程を前の例にならい記述し，比較回数の合計と交換回数の合計を求めなさい。

（２）初期データの数が８個のとき，バブルソートの比較回数の合計と交換回数の合計の最大値と最小値を求めなさい。また，その理由を簡単に説明しなさい。

比較回数の合計の最大値や交換回数の合計の最大値が小さいと，安定して交換を行うことができます。

また，比較回数や交換回数の平均が少ないソートが良いソートと考えられます。

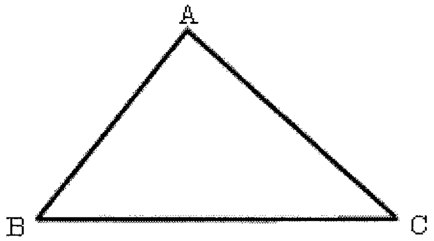
（３）初期データが（１）で与えられたものであるとき，バブルソートよりも比較回数の合計が少なくなるような交換の方法を考え説明しなさい。また，そのときの比較回数の合計と交換回数の合計を答えなさい。

2　富山県では，季節を問わずおいしい水道水を飲むことができます。立山連峰から流れ出る豊富な雪解け水は，真夏でも17～18℃と冷たく，急流河川が常に澄んだ水を運んでいます。自然の浄化作用が働いているので，水道水は最小限の殺菌処理で各家庭に送られているのです。

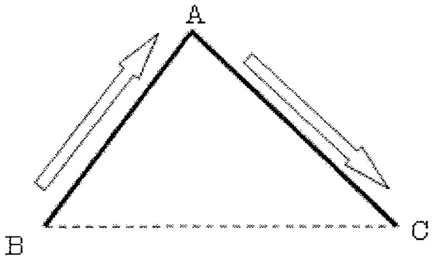
ある町の住宅地に水道管を敷設します。できるだけコストを下げるために全長を最短にするには，どのような方法がよいでしょうか。ただし，住宅地周辺は地形の影響を受けず，全ての2 地点は直線で配管できるものとします。

次のように位置する A，B，C の3軒の住宅に配管する場合，A，B，C を全て結ぶ配管網（ア）よりも，BC を結ぶ管を取り除いた（イ）の方が，全長は短くなります。3点を三角形状に結ばなくても，B から C へは A を経由して水を通すことができます。

（ア）



（イ）



水道管の全長をさらに短くするためには，どのように結ぶとよいでしょうか。

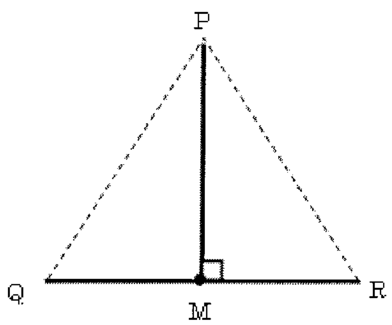
3軒の住宅 P，Q，R が正三角形状に位置している場合において，いくつかの配管網を考え，それぞれの全長を計算し，比較してみます。

（1）剱君は P，Q，R を直接結ぶよりも，分岐点を設けて結んだ方が全長が短くなるのではないかと考え，次の4つの配管網（ウ），（エ），（オ），（カ）を描きました。

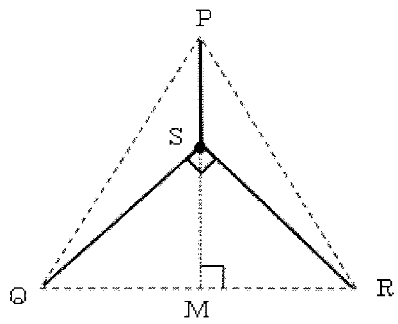
$PQ=QR=RP=a$（a は正の定数）として，それぞれの水道管の全長を a を用いて表しなさい。

ただし，$\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$, $\sqrt{5}=2.23$, $\sqrt{7}=2.64$ として計算しなさい。

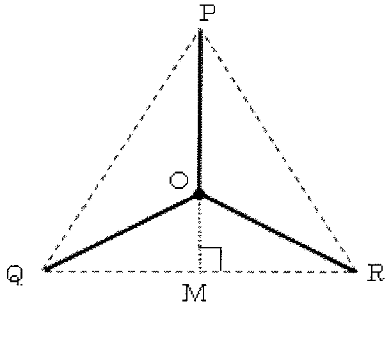
（ウ）$PM\perp QR$



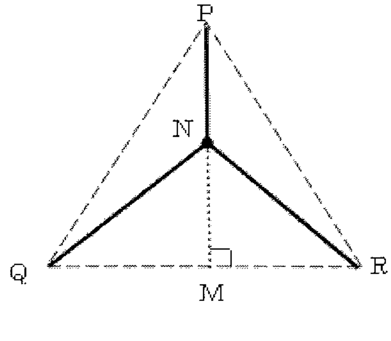
（エ）$\angle QSR=90°$，$PM\perp QR$



（オ）$\angle POQ=\angle QOR=\angle ROP$，$PM\perp QR$

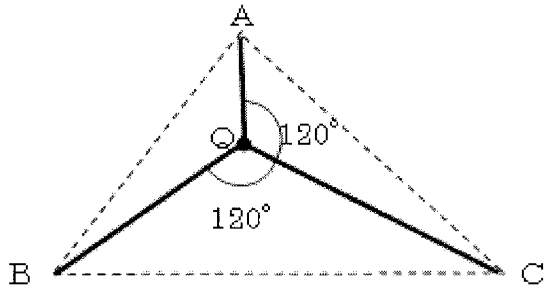


（カ）$PN=NM$，$PM\perp QR$



一般的に，3点A, B, Cを結ぶ配管網の全長が最短になるのは，【図1】のように$\triangle ABC$の内部に$\angle AQB = \angle BQC = \angle CQA = 120°$となる分岐点$Q$を設けたときです。ただし，$\triangle ABC$は，どの内角も$120°$未満の場合に限ります。これが最短の配管網であることを，証明しましょう。

【図1】



（2）最初に，【定理1】を証明します。

【定理1】正三角形の内部の任意の点Pから3辺に下ろした垂線の長さの和は，点Pのとり方によらず一定である。

【図2】を見て，次の$\boxed{キ}$～$\boxed{ケ}$に適する式を答えなさい。ここで，aは正の定数とします。

（証明）1辺の長さがaの正三角形DEFの面積は$\boxed{キ}$である。……①

$\triangle DEF$の内部に任意の点Pから，3辺DE, EF, FDに引いた垂線の足をL, M, Nとして

$\triangle DEF$の面積をPL, PM, PNを用いて表すと

$\triangle DEF = \triangle PDE + \triangle PEF + \triangle PDF$

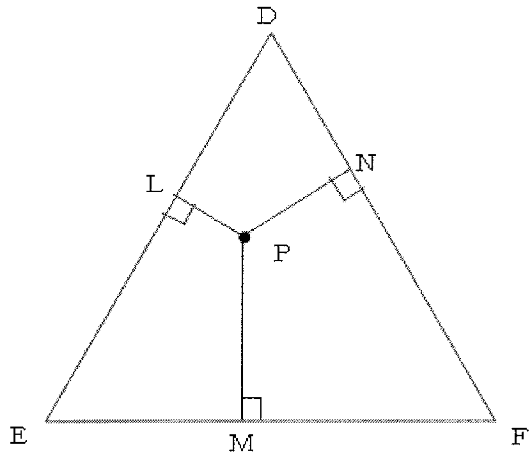
$= \boxed{\quad ク \quad}$ ……②

①，②より，$PL + PM + PN = \boxed{ケ}$となり

$PL + PM + PN$は一定である。

ゆえに，【定理1】が成り立つ。

【図2】

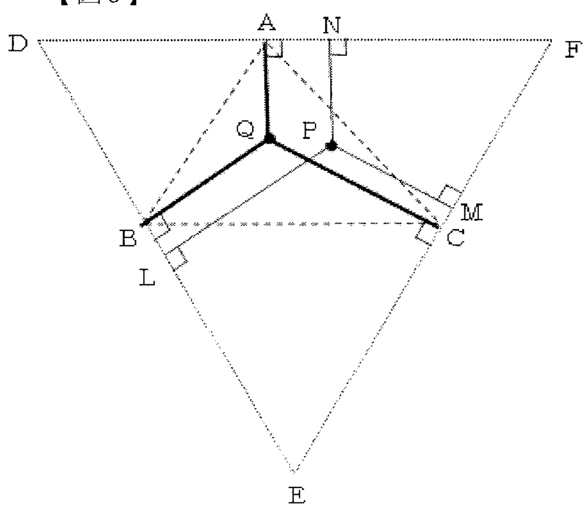


（3）次に，【定理1】および【図3】を用いて，【図1】の配管網$AQ + BQ + CQ$が最短であることを証明しなさい。

ここで，点Pは$\triangle ABC$の内部の点で，点Qと異なる点とし，$QA \perp DF$, $QB \perp DE$, $QC \perp EF$

$\angle AQB = \angle BQC = \angle CQA = 120°$とします。

【図3】

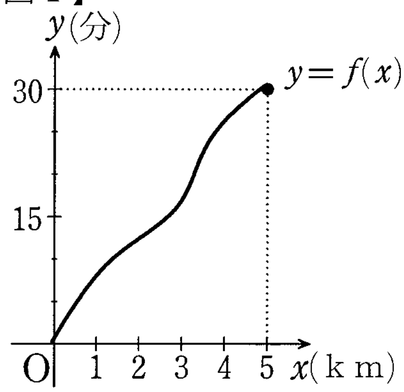


3 昨年，11月1日に富山マラソンが開催されました。天気もよく，新湊大橋からは富山湾を眺めながら約1万2千人のランナーが気持ちのよい汗をかいたようです。その大会の5ｋｍの部に参加した立山くんが，自分の結果にある疑問を抱いたようです。

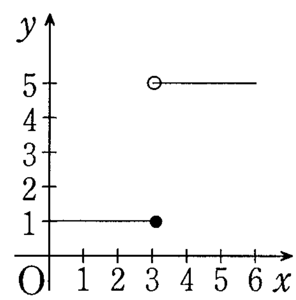
立山くん：僕は5ｋｍの部に参加し，正式記録はちょうど30分でした。ということは，1ｋｍ平均6分となるんだけども，コース上の連続した1ｋｍで僕がちょうど6分で走った区間は存在するのかな？

しばらく考えましたが，立山くんは，この疑問に解決の糸口が見い出せません。そこで，疑問に対してはちょっとしたヒントを与え，解決に導いてくれる小力先生に相談に行くことにしました。

立山くん：小力先生，コース上の連続した1ｋｍで僕がちょうど6分で走った区間は存在するのでしょうか？
小力先生：例えば，スタート地点から1.22ｋｍと2.22ｋｍの1ｋｍの区間をちょうど6分で走ったというような区間が存在するのか，という疑問だね。
立山くん：そうです。そんな不思議なことがあるとかないとか証明できるのでしょうか？
小力先生：いい質問だね。実はコース上の連続した1ｋｍで立山くんがちょうど6分で走った区間は存在するんだ。
立山くん：え！そうなんですか。証明したいです。
小力先生：ただし，証明にはグラフの連続性と中間値の定理という数学の大事な知識を認めてもらう場面も出てくるけど，がんばることができるかな？
立山くん：分かりました。難しそうだけどトライしてみます。

【図1】


小力先生：では，立山くんがスタートしてから走った距離を$x$km，スタートしてからの時間をy分とし，それらをグラフで表したものが【図1】です。このグラフを$y=f(x)$としよう。すると，座標$(0,0)$から$(5,30)$まではグラフはつながっているね。このように，**途中で切れていないグラフとして表すことができる関数**を**「連続関数」**というんだ。

【図2】


立山くん：じゃあ，例えば【図2】右のグラフは$x=3$で切れているので連続じゃないってことですか。
小力先生：さすが，立山くん，そのとおりだ。さて，私たちは何を証明できればいいのかというと
$f(a+1)-f(a)=$ ア となるaが$0\leqq a\leqq 4$で存在することを示せばいいのだね。
立山くん：そっか，そのようなaが存在すれば，a ｋｍから$a+1$ ｋｍをちょうど6分で走ったことになりますからね。
小力先生：では，$g(x)=f(x+1)-f(x)$と置こう。$g(0)+g(1)+g(2)+g(3)+g(4)$の値はどれだけになるかな。
立山くん：$g(x)$の置き方に戻して考えると，$g(0)+g(1)+g(2)+g(3)+g(4)=$ イ となります。

小力先生：じゃあ，立山くん，$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$ のすべてが 6 より大きくなることはあるかな。

立山くん：$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$のすべてが 6 より大きくなることはありません。なぜなら，

（2）

だからです。

小力先生：じゃあ，逆に，$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$ のすべてが 6 より小さくなることはあるかな。

立山くん：$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$ のすべてが 6 より小さくなることもありません。なぜなら

（3）

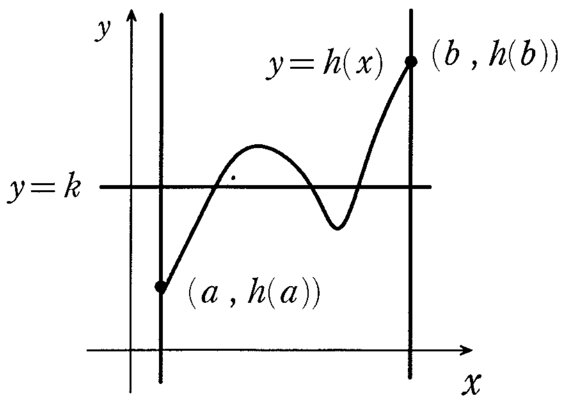
だからです。

小力先生：さて，2 つの知識を教えるね。まず，連続な関数と連続な関数の差は連続な関数になるんだ。つまり $g(x)$ は連続関数になるんだ。あと，中間値の定理！

＜中間値の定理＞

関数 $h(x)$ が $a \leqq x \leqq b$ で連続で，$h(a) \fallingdotseq h(b)$ ならば，$h(a)$ と $h(b)$ の間の任意の数 k に対して，$h(c)=k \quad a<c<b$ を満たす c が少なくとも 1 つある。

【図 3】



という定理なんだ。例えば $y=h(x)$ が【図 3】のようだと $h(c)=k$ となる c が $\boxed{\text{ウ}}$ 個あるね。さあ，立山くん，今まで話をしたことをもとに，ちょうど 6 分で走った連続した 1 ｋｍの区間が存在することを証明しよう。

立山くん：

（4）

（1）文中の ア，イ，ウ に適切な数値を入れなさい。

（2）立山くんが「$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$ のすべてが 6 より大きくなることはありません。」と言った理由を数式を用いて説明しなさい。

（3）立山くんが「$g(0)$，$g(1)$，$g(2)$，$g(3)$，$g(4)$ のすべてが 6 より小さくなることはありません。」と言った理由を数式を用いて説明しなさい。

（4）中間値の定理を使って，立山くんが，ちょうど 6 分で走った連続した 1 ｋｍの区間が存在することを証明しなさい。

4　地震が発生したとき，私たちは揺れを感じます。これは感受するものですが，実は数学と密接に関係しています。人間の感受性に沿ったものとして「対数」があります。地震が発生したとき，よく「マグニチュード」という言葉を耳にします。マグニチュードは，地震が発するエネルギーの規模を表す指標値であり，対数が用いられています。対数は，次のように定義されます。

＜対数の定義＞

任意の正の数 M に対して，$a^p=M$ となる実数 p を，a を底とする M の対数と言い，$\log_a M$ と書く。

すなわち，

$$a^p=M \Leftrightarrow p=\log_a M \ (a>0\ ,\ a \fallingdotseq 1\ ,\ M>0)$$

ここで，a^p の p は「指数」と言い，次の法則が成り立ちます。

＜指数法則＞

$a>0\ ,\ b>0$ で，r, s を有理数とする。

① $a^r \times a^s=a^{r+s}$　② $\dfrac{a^r}{a^s}=a^{r-s}$　③ $(a^r)^s=a^{rs}$　④ $(ab)^r=a^r b^r$

また，対数には，右のような性質があります。

＜対数の性質＞

$a>0$，$a \fallingdotseq 1$ とする。

① $\log_a 1=0$　② $\log_a a=1$

以下，$M>0, N>0$ で，k を実数とする。

③ $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

④ $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

⑤ $\log_a M^k=k\log_a M$

（1）$\log_a M=p$，$\log_a N=q$ とします。
このとき，対数の定義と指数法則を用いて右の対数の性質③を証明しなさい。

この「対数」を用いて，地震のエネルギーを E（単位はジュール[J]），マグニチュードを M とすると，

$$\boxed{\log_{10} E=1.5M+4.8}$$

という関係があることが知られています。この関係式を見ると，底は 10 となっています。底が 10 である対数を「常用対数」と言います。

（2）対数の定義に従い，log を用いずに E を M で表しなさい。

右の【表1】は，「常用対数表」と言われ，$\log_{10} a$ の近似値を，小数第5位を四捨五入して小数第4位まで載せてある表です。
この常用対数表によると，$\log_{10} 1.52 = 0.1818$
$\log_{10} a = 0.2577$ となる a は，$a = 1.81$
というように求めることができます。
必要に応じて，別紙「常用対数表」を参照し，
（3）～（6）に答えなさい。

数	0	1	2	3
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075

【表1】

（3）$\log_{10} 2.88$ の値を求めなさい。また，$\log_{10} a = 0.8007$ となる a の値を求めなさい。

富山県で最も大きな被害が想定されている地震は，「呉羽山断層帯」による地震です。30年以内の地震発生確率は，ほぼ0～5％とされていますが，地震が発生した場合の地震規模は，最大でマグニチュード7.4と推定されています。

（4）富山県でマグニチュード7.4の地震が発生した場合，地震のエネルギーは約何Jかを求めなさい。
ただし，$m \times 10^n$（m：小数第2位までの数，$1 \leqq m < 10$，n：整数）の形で答えなさい。

（5）2011年3月11日に発生した東日本大震災のとき，マグニチュードの値は，当初の発表では8.8でしたが，その後9.0に引き上げられました。このとき，エネルギーは何倍になったのかを求めなさい。小数第1位を四捨五入して，整数で答えなさい。

1950年代，戦後復興が進み，関西圏では深刻な電力不足に陥っていました。そこで，新たな電源開発が強く要請されるようになり，「黒部川第四発電所プロジェクト」が実施されました。世紀の難工事と言われた，通称「黒四ダム」と呼ばれるダム建設におけるトンネル開通工事において，タヌキ掘り坑道にＴＮＴ火薬 80 トン を爆発させ，岩土を一気に崩したと言われています。

（6）ＴＮＴ火薬 80 トンのエネルギーは，約 3×10^{11} [J] に相当すると言われています。これをマグニチュードに変換するとどれくらいになるかを求めなさい。小数第2位を四捨五入して，小数第1位まで求めなさい。

5 富山県は豊富な水資源と広大で肥沃な平野に恵まれ，古くから農産物の生産が盛んな地域です。平成26年度の農林水産統計によると，耕作地における水田率は95.8％と全国1位でした。全国的にも有数の米どころですが，砺波のチューリップや呉羽の梨など，地域の風土に根ざした特色ある農産物も多く生産されています。

農産物を出荷する際には，品質管理が大変重要となります。全ての生産物を一つ一つ調査できればよいのですが，それが困難な場合があります。例えば，生産した果物全体のうち果蜜が高く甘いものの割合を知りたいとき，全てを調べるのは非効率的です。調べ方によっては果物に傷が付き，商品価値が下がってしまうかもしれません。そこで，少数のサンプルを抽出し，それらを調べることで全体の様子を推測することが必要となってきます。

ここでは，このようなときに使われる統計的な手法について，梨の重さを例に考えていきましょう。必要であれば $\sqrt{5}=2.2361$，$\sqrt{7}=2.6458$ を用いなさい。

たてやま果樹園では梨を生産し，10個ごとに箱詰めし，販売しています。箱Aと箱Bに入っている梨の重さを量ったところ，以下のようになりました。

A：170, 155, 186, 214, 186, 170, 200, 223, 248, 198
B：194, 234, 182, 200, 170, 223, 195, 220, 229, 183　（単位：グラム）

（1）Aの梨の平均の重さ m_{A}，Bの梨の平均の重さ m_{B} を求めなさい。

ここでは箱A，Bにそれぞれ入っている10個の梨について，どちらがより均一な重さからなっているかを評価したいと思います。

データ $x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して，そのばらつきを平均との差で考えることにします。それぞれのデータと平均 m との差 $x_1-m, x_2-m, \cdots, x_n-m$ を **「偏差」** といいます。

偏差の2乗の平均を **「分散」** といい，ここでは V という記号で表すことにします。

$$\text{分散：}V=\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$

分散は元のデータを2乗しているので，その平方根を考えることにします。これを **「標準偏差」** といい，ここでは記号 S で表すことにします。

$$\text{標準偏差：}S=\sqrt{V}$$

データのばらつきの大小を，「分散」や「標準偏差」の大小を比較することで判断することができます。

（2）箱A，Bの10個の梨について，重さの分散 V_{A}，V_{B} と標準偏差 S_{A}，S_{B} を求め，どちらがより均一な重さか理由を付けて答えなさい。ただし，値は小数第1位を四捨五入して，整数で答えなさい。

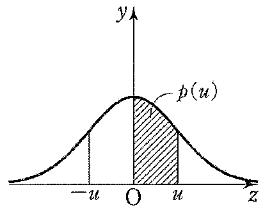
（3）データのばらつきの度合いを判断する数値として，偏差の平均

$$\frac{(x_1-m)+(x_2-m)+\cdots+(x_n-m)}{n}$$

を用いることはできません。その理由を答えなさい。

多くのデータは，平均値の付近にデータが集まり，平均から離れるにつれて少なくなっていくような分布を示します。このような分布として代表的な**「正規分布」**について見ていきましょう。多くのデータが，正規分布で散らばることが知られています。正規分布のグラフは平均を中心に左右対称で，グラフは以下のようになります。

正規分布表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34849	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41309	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42785	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900

数表の見方は次のページのとおりです。

正規分布に従う平均 m，標準偏差 S のデータについて，平均から uS 離れているとき，u に対応する数表の値がkならば，m と$m+uS$ の間の部分は，全体の $100k$ %を占める。

例えば$u=2.00$ に対応する数表の値は0.47725 なので，m 以上 $m+2.00S$ 以下のデータは全体の 47.725 %ということを示しています。

（4）200 個の梨の重さを量ったところ，平均は 200 グラム，標準偏差は 20 グラムでした。205 グラムの梨は全体の中でおよそ何番目に重いと推測できるでしょうか。ただし，重さの分布は正規分布に従うものとし，小数第1位を四捨五入して整数で答えなさい。

（5）正規分布に従う平均 m，標準偏差 S のデータについて，$m+uS$ 以下の範囲に全体の 95 %が含まれるような u のおよその値を求めなさい。

たてやま果樹園の梨の平均重量は従来 200 グラムでした。しかし，今年は天候に恵まれ，平均重量は例年より重いのではないかと考えました。そこで梨 20 個をサンプルとして無作為に選び重量を調べたところ，平均重量は 206 グラムでした。「平均重量は例年より重くなったといえる」か検討してみましょう。ただし，収穫した梨全体の標準偏差は 20 グラムであるとします。

サンプルの取り方は様々で，その平均もそれぞれのサンプルによって異なってきます。したがって，1つのサンプルだけで，全体の判断をすることはできません。しかし，サンプルの平均一つ一つをデータとしてその分布を考えたとき，次の事実が成り立ちます。

データ全体が平均 m，標準偏差 S の正規分布をとるとき，そこから n 個取りだして得られるデータの平均 $\overline{m}$ は，平均 m，標準偏差 $\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ の正規分布となる。

元のデータが正規分布に従っているとき，サンプルの平均一つ一つの分布もまた正規分布になるのです。この事実を利用して，「梨の平均重量が例年と変わらないか，または軽くなった」と仮定して，この仮説が成り立つかどうか検証しましょう。もしこの仮説が正しいならば，平均 200 グラム，標準偏差 $\dfrac{20}{\sqrt{20}}$ グラムの正規分布のグラフにおいて，206 グラムの位置は 200 グラムから大きく右側に離れた場所に観察されることはほとんどあり得ません。そこで，出現確率が 95 % 以上の場所に観察された場合には，この仮説を否定できない，すなわち，「梨の平均重量が例年より重いとはいえない」と判断することにします。逆に，もしも出現確率が 5 % 未満の場所に観察された場合には，この仮説は否定される，すなわち，「梨の平均重量が例年より重いといえる」と判断することにします。これを，統計学では**「有意水準 5 %で検定する」**といいます。

（6）「梨の平均重量が例年より重いといえる」かどうか，有意水準 5 % で検定し，理由を付けて説明しなさい。

このページに問題はありません