とやま科学オリンピック 2015

（高校部門）

解答例および解説

数　　学
物　　理
化　　学
生　　物

2015 年 8 月 12 日(水)

富山県　　富山県教育委員会

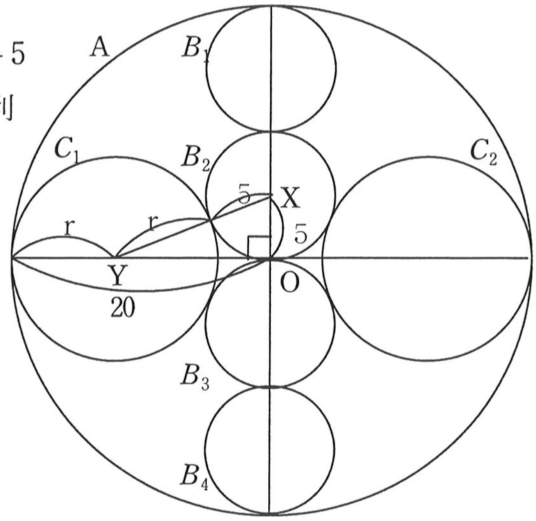
とやま科学オリンピック２０１５　解答例及び解説　高校部門（数学）

$\boxed{1}$【出題の意図】　富山県にも算額が奉納された神社があることを知る。また，その問題を実際に解くことで，祖先の人々の知恵や学問に対する深い思いを知る。

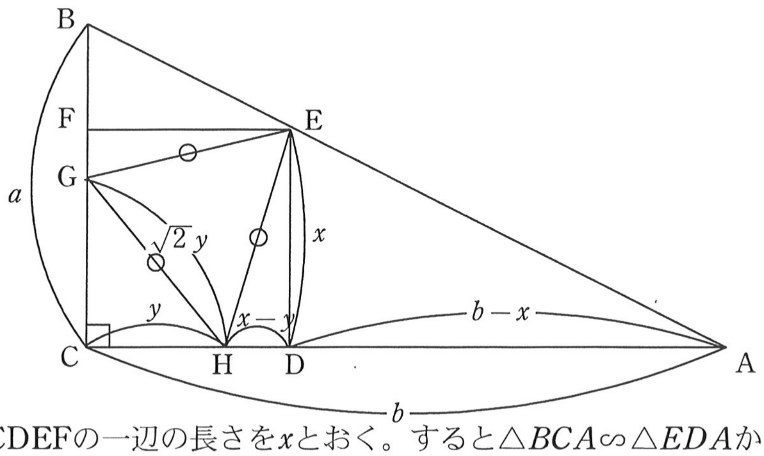
（1）図のように円Aの中心をO，円B_2の中心をX，円C_1の中心をYとおく。条件から円B_1, B_2, B_3, B_4の半径は5となり，円C_1の半径をrとおくと$OY=20-r$，$XY=r+5$となる。$\triangle OXY$は直角三角形なので，三平方の定理を利用すると

$$(20-r)^2+5^2=(r+5)^2$$

これを解くと，$r=8$



（2）



正方形CDEFの一辺の長さをxとおく。すると$\triangle BCA \backsim \triangle EDA$から $a:x=b:b-x$ が得られ，この式から正方形の一辺の長さは　$x=\dfrac{ab}{a+b}$　となる。

また，条件から$\triangle EFG \equiv \triangle EDH$が得られ，$FG=DH$となる。つまり，$\triangle GCH$は直角二等辺三角形であり，$CH=y$とおくと，$GH=\sqrt{2}\,y$となり$\triangle EGH$は正三角形より，$EH=\sqrt{2}\,y$となる。$\triangle EHD$に三平方の定理を使うと，$x^2+(x-y)^2=(\sqrt{2}\,y)^2$　この式から，$y^2+2xy-2x^2=0$　が得られ，解の公式および$x, y>0$から$y=(\sqrt{3}-1)x$

以上から　正三角形の一辺の長さ$=\sqrt{2}\,y=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)x=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)\dfrac{ab}{a+b}$ である。

2【出題の意図】　科学技術が発達していない江戸時代の測量方法で山の高さや川幅などを計算する問題。

（1）塔のてっぺんをQとすると，$\triangle APQ \backsim \triangle BCE$であるので，$QP : EC = AP : BC$

$\therefore QP : 0.33 = 95.5 : 1$　よって，QP=31.515　小数第1位まで求めるので　31.5m

（2）$\triangle RQP \backsim \triangle BCE$であるので，

$PQ : EC = RQ : BC$

$\therefore PQ : 1.25 = RQ : 1$

よって，$RQ = \dfrac{PQ}{1.25} \cdots$①

また，$\triangle SPQ \backsim \triangle GHJ$であるので，

$PQ : JH = SQ : GH$

$\therefore PQ : 1.3 = SQ : 1$

$PQ : 1.3 = (RQ - 92.5) : 1$

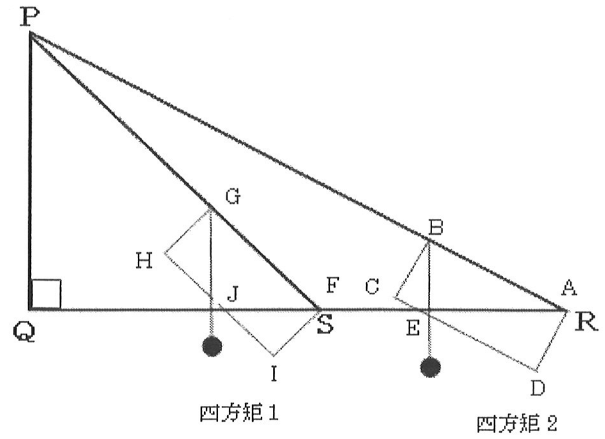
$\therefore PQ = 1.3(RQ - 92.5) \cdots$②

①を②に代入すると，

$PQ = 1.3\left(\dfrac{PQ}{1.25} - 92.5\right)$

よって，$PQ = \dfrac{1.25}{0.05} \times 1.3 \times 92.5 = 3006.25$

小数第1位まで求めるので，3006.3m



（3）$\triangle QSP \backsim \triangle BAQ$であるので，

$PS : QA = QS : BA$

$\therefore PS : 1 = QS : x$

よって，$QS = xPS \cdots$③

また，$\triangle RSP \backsim \triangle DCR$であるので，

$PS : RC = RS : DC$

$PS : 1 = RS : y$

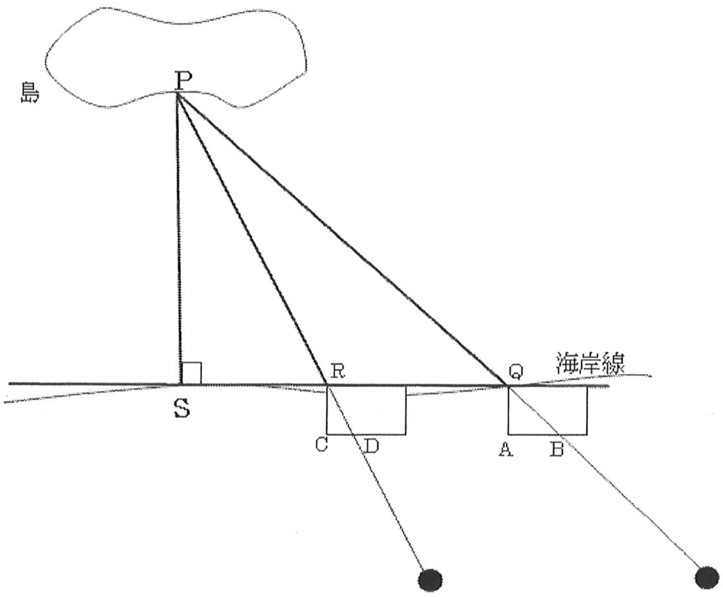
$yPS = RS \cdots$④

$\therefore yPS = QS - z \cdots$⑤

③を⑤に代入すると，

$(x-y)PS = z$

$x - y > 0$より，$PS = \dfrac{z}{x-y}$



3 【出題の意図】2次関数を用いて経済学における市場の分析を行う問題。

（1）① $f(p)=(p-400)\left(500-\dfrac{1}{2}p\right)=-\dfrac{1}{2}p^2+700p-200000$

$q=500-\dfrac{1}{2}p$ より $p=1000-2q$ と表せるから

$g(q)=\{(1000-2q)-400\}q=-2q^2+600q$

② $f(p)=-\dfrac{1}{2}(p-700)^2+45000$ $(0\leqq p\leqq 1000)$ より$f(p)$を最大にするためには１つ700円で売ればよい。

③ ②より1日の利益の最大値は45000円であるから30日間で45000×30＝1350000（円）の利益となり，賃料を35万円上回るのでオープンすべきである。

（2）① $q_2=100$のとき，$T(q_1,\ 100)=700-2q_1$より

店の利益は $(700-2q_1-400)q_1=-2(q_1-75)^2+11250$ と表せるので，

利益を最大にする生産量q_1は75である。

② A店の利益は自身の生産量q_1だけでなく相手の生産量q_2にも依存する。A点のカレーの市場価格は逆需要関数$T(q_1, q_2)=1000-2q_1-3q_2$ で与えられるので，

A店の利益は $f_A(q_1,q_2)=(1000-2q_1-3q_2)\times q_1-400\times q_1=(600-2q_1-3q_2)q_1$

$=-2{q_1}^2-(3q_2-600)q_1$

③ B店の生産量q_2に対してA店の利益を最大にする生産量q_1を求めたいので

②で求めた利益をq_1だけの関数とみて（q_2は定数として）考えます。

$$f_A(q_1,q_2)=-2{q_1}^2+(600-3q_2)q_1=-2\left(q_1-\frac{600-3q_2}{4}\right)^2+\frac{(600-3q_2)^2}{8}$$

よってA店の利益を最大にする生産量q_1は$\dfrac{600-3q_2}{4}$ということになるので

$$R_A(q_2)=\frac{600-3q_2}{4}$$

反対に，A店の生産量q_1に対してB店が利益を最大にするときの生産量q_2を求めるには，

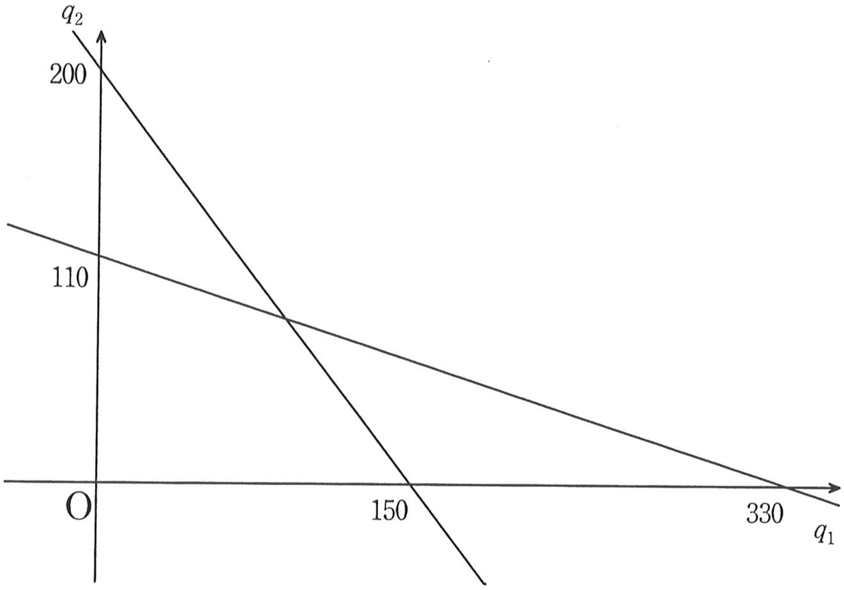
②と同様にBの利益$f_B(q_1,q_2)=(1000-2q_1-3q_2)\times q_2-340\times q_2=(660-2q_1-3q_2)q_2$を$q_2$だけの関数とみて（$q_1$は定数として）考えればよいので

$f_B(q_1,q_2)=-3{q_2}^2+(660-2q_1)q_2=-3\left(q_2-\dfrac{330-q_1}{3}\right)^2+\dfrac{(330-q_1)^2}{3}$　より

$R_B(q_1)=\dfrac{330-q_1}{3}$　となる。

よって$q_2=\dfrac{330-q_1}{3}$　$\left(q_2=-\dfrac{1}{3}q_1+110\right)$　，$q_1=\dfrac{600-3q_2}{4}$　$\left(q_2=-\dfrac{4}{3}q_1+200\right)$　のグラフを描く。

（グラフ）



④　$q_2=\dfrac{330-q_1}{3}$　…①　，$q_1=\dfrac{600-3q_2}{4}$　…②　をともに満たすq_1，q_2がお互いに利益を最大にすることができる組合せといえるので，①，②を連立させて解くと，$q_1=90$，　$q_2=80$　となる。

4【出題の意図】素数の性質を利用して，RSA暗号の仕組みを理解する。

（1）1を消す
2を残して2の倍数を消す
3を残して3の倍数を消す
5を残して5の倍数を消す
7を残して7の倍数を消す

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			

これらを繰り返して残った数が100以下の素数である。（上表参照）

（2）$15750=2\times3^2\times5^3\times7$ ，$2491=47\times53$

（3）$1080^{16}=(1080^8)^2\equiv2116^2=4477456\equiv1129 \pmod{2491}$
よって，1080^{16}を2491で割った余りは1129

（4）$1080^{32}=(1080^{16})^2\equiv1129^2=1274641\equiv1740 \pmod{2491}$
$1080^{37}=1080^{32}\times1080^4\times1080\equiv1740\times894\times1080=1680004800\equiv2161 \pmod{2491}$
よって，富山くんがショップに送った数字は2161

（5）①　公開鍵Nを素因数分解すると
$N=2491=47\times53$であるから，秘密鍵PとQ は$P=47$，$Q=53$

②　$P-1=46$，$Q-1=52$より46と52の最小公倍数$L=1196$
$37D=1196k+1$を満たす最小の自然数は$k=3$で，このとき$D=97$
暗証番号をXとすると$X^{37}\equiv266 \pmod{2491}$
定理より$(X^{37})^{97}\equiv X \pmod{2491}$
であるから266を97乗して2491で割った余りを求めればよい。

$266^2=70756\equiv1008 \pmod{2491}$
$266^4=(266^2)^2\equiv1008^2=1016064\equiv2227 \pmod{2491}$
$266^8=(266^4)^2\equiv2227^2=4959529\equiv2439 \pmod{2491}$
$266^{16}=(266^8)^2\equiv2439^2=5948721\equiv213 \pmod{2491}$
$266^{32}=(266^{16})^2\equiv213^2=45369\equiv531 \pmod{2491}$

$266^{64}=(266^{32})^2\equiv 531^2=281961\equiv 478 \pmod{2491}$

$266^{97}=266^{64}\times 266^{32}\times 266\equiv 478\times 531\times 266=67515588\equiv 2015 \pmod{2491}$

よって，クレジットカードの暗証番号は2015である。

＜参考＞

②において

ユークリッドの互除法（高校数学Aの学習内容）を利用して

$37\mathrm{D}=1196k+1$を満たす整数k，Dを求めることができる。

$1196=37\times 32+12$

$37=12\times 3+1$

よって，

$$
\begin{aligned}
1&=37-12\times 3\\
&=37-(1196-37\times 32)\times 3\\
&=37\times 97-1196\times 3
\end{aligned}
$$

したがって，$37\times 97=1196\times 3+1$となるから，

$k=3$，$\mathrm{D}=97$

『NとEが知られてもよいのは何故か？』

2つの素数PとQから積N＝PQを求めるのは簡単ですが，NからP, Qを求める，つまり素因数分解の解を導き出す効率的な方法は発見されていないからです。実際には200桁ほどの数が使われており，素因数分解は限りなく不可能に近いのです。以上のような理由からRSA暗号の安全性が確認されています。

5 【出題の意図】グラフ理論を配達量の最大値問題に応用する。

（1）　8通り

2^{n-2}通り

（2）　$[\{S\},\{A,B,C,T\}]$　容量10

$[\{S,A\},\{B,C,T\}]$　容量 9

$[\{S,B\},\{A,C,T\}]$　容量18

$[\{S,C\},\{A,B,T\}]$　容量15

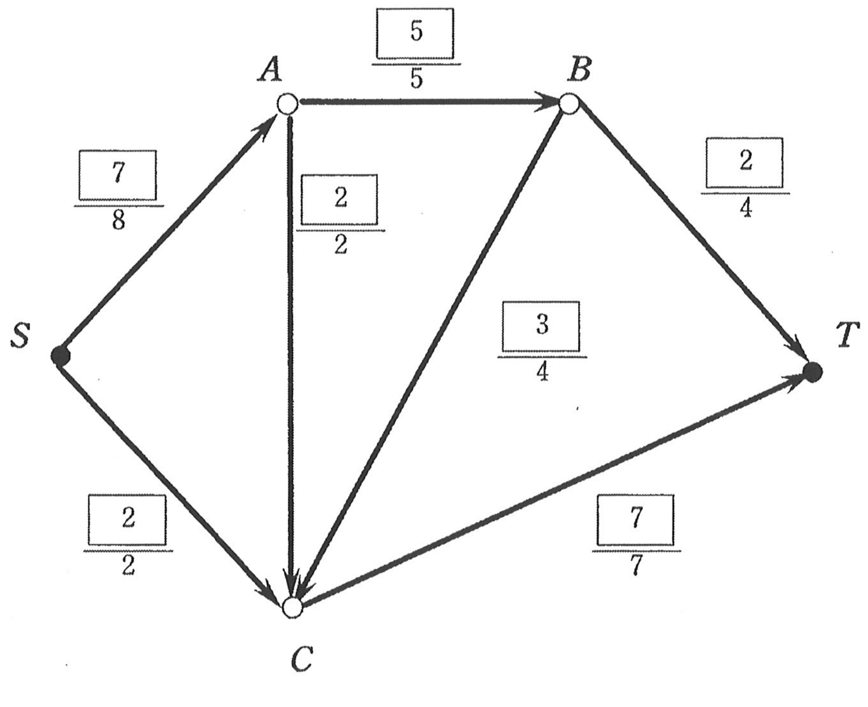
$[\{S,A,B\},\{C,T\}]$　容量12

$[\{S,B,C\},\{A,T\}]$　容量19

$[\{S,A,C\},\{B,T\}]$　容量12

$[\{S,A,B,C\},\{T\}]$　容量11

（3）　解答例



（4）カットの容量の最小値を与えるカットを「最小カット」ということにする。

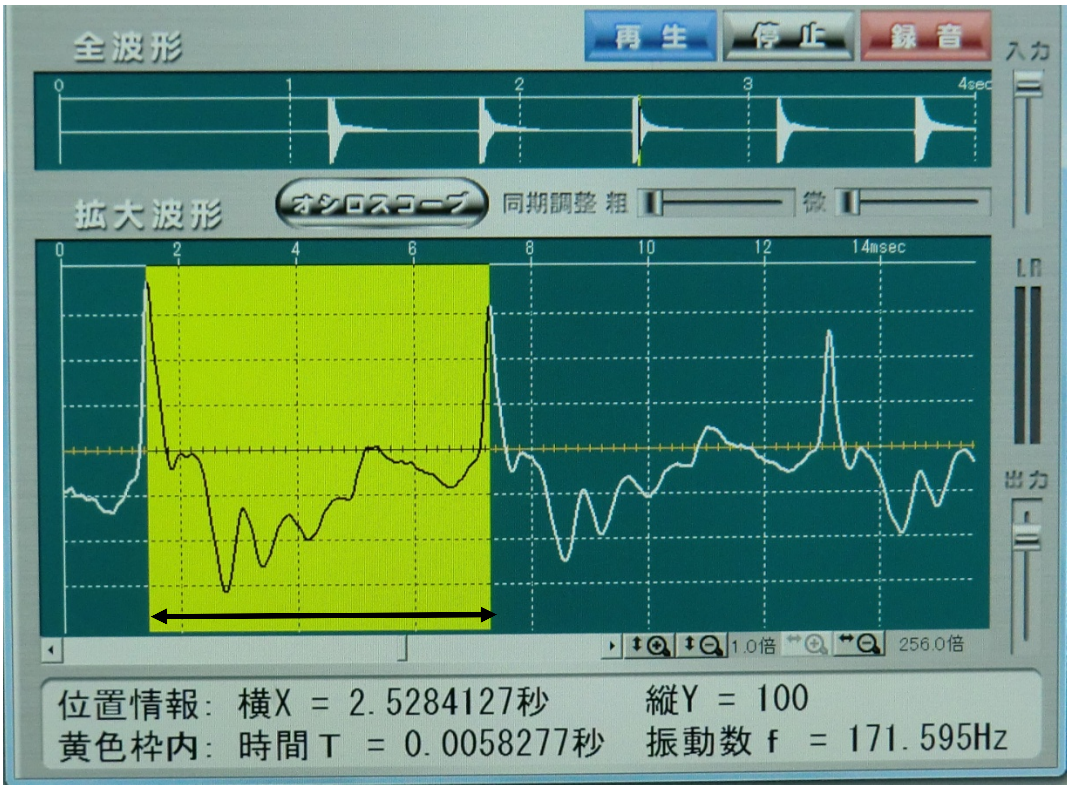
SからTへの配達量が最大値f_{max}であるとき，最小カット$[U,V]$のUからVへの経路を一つずつ取り除いていく。本問の最小カットは$[\{S,A\},\{B,C,T\}]$で，$U=\{S,A\}$から$V=\{B,C,T\}$への経路は$A \to B$，$A \to C$，$S \to C$，の３つである。経路$A \to B$を取り除くとその容量は使えなくなるので，配達量は最大，経路$A \to B$の容量5だけ減少する。よってこのときのSからTへの配達量をfとすると，$f \geqq f_{max}-5$となる。このようにして，残りのUからVへの経路$A \to C$，$S \to C$も全て取り除いていったときのSからTへの配達量をf_0とすると，$f_0 \geqq f_{max}-5-2-2$すなわち$f_0 \geqq f_{max}-9$となる。ところがUからVへの経路を全て取り除いてしまうと，SとTを結ぶ経路はなくなってしまうので，SからTへの配達量は0になってしまう。従って$f_0=0$。

よって$0 \geqq f_{max}-9$すなわち$f_{max} \leqq 9$が成り立つ。ここで9はUからVへの経路の容量の和なので，定義から最小カットの容量である。よってf_{max}はカットの容量の最小値を超えない。

※本問の配達経路に限らずどのような配達経路についても同様に，SからTへ運べる最大の量f_{max}がカットの容量の最小値c_0を超えないことを示すことが出来ます。すなわち，一般に$f_{max} \leqq c_0$が成り立ちます。最大フロー最小カットの定理は，実は$f_{max}=c_0$であることを主張していますが，その証明にはもう少し準備が必要です。

1　レポート

（２）（１）で制作した装置を用いて、空気中の音速を小数第１位まで求めなさい。
　ただし、計算過程も示しなさい。



※図中の矢印間は音が塩ビパイプを１往復した時間を表す

＜結果＞

塩ビパイプ間の往復距離　2.01m　（パイプの長さ 1.005m）

波形の山から山までの時間　0.0058277 秒
（音が管を往復する時間）

音速は、2.01÷0.0058277＝344.90

空気中の音速
344.9　m/s

2　レポート

（１）　Ａ、Ｂ、Ｃの３種類の気体を管に充填させ、$\boxed{1}$（２）と同様の手順で実験を行い、それぞれの気体中の音速を小数第１位まで求めよ。
ただし、計算式も示しなさい。

気体	音速[m/s]
A	274.0
B	357.4
C	332.1

Ａの音速は、2.01÷0.0073358≒273.99

Ｂの音速は、2.01÷0.0056239≒357.40

Ｃの音速は、2.01÷0.0060524≒332.09

（2）<u>気体中の音速 v の２乗は、気体の分子量に反比例する</u>ことが知られており、Ａ～Ｃの気体は窒素、酸素、二酸化炭素のいずれかである。Ａ、Ｂ、Ｃはそれぞれ何か。

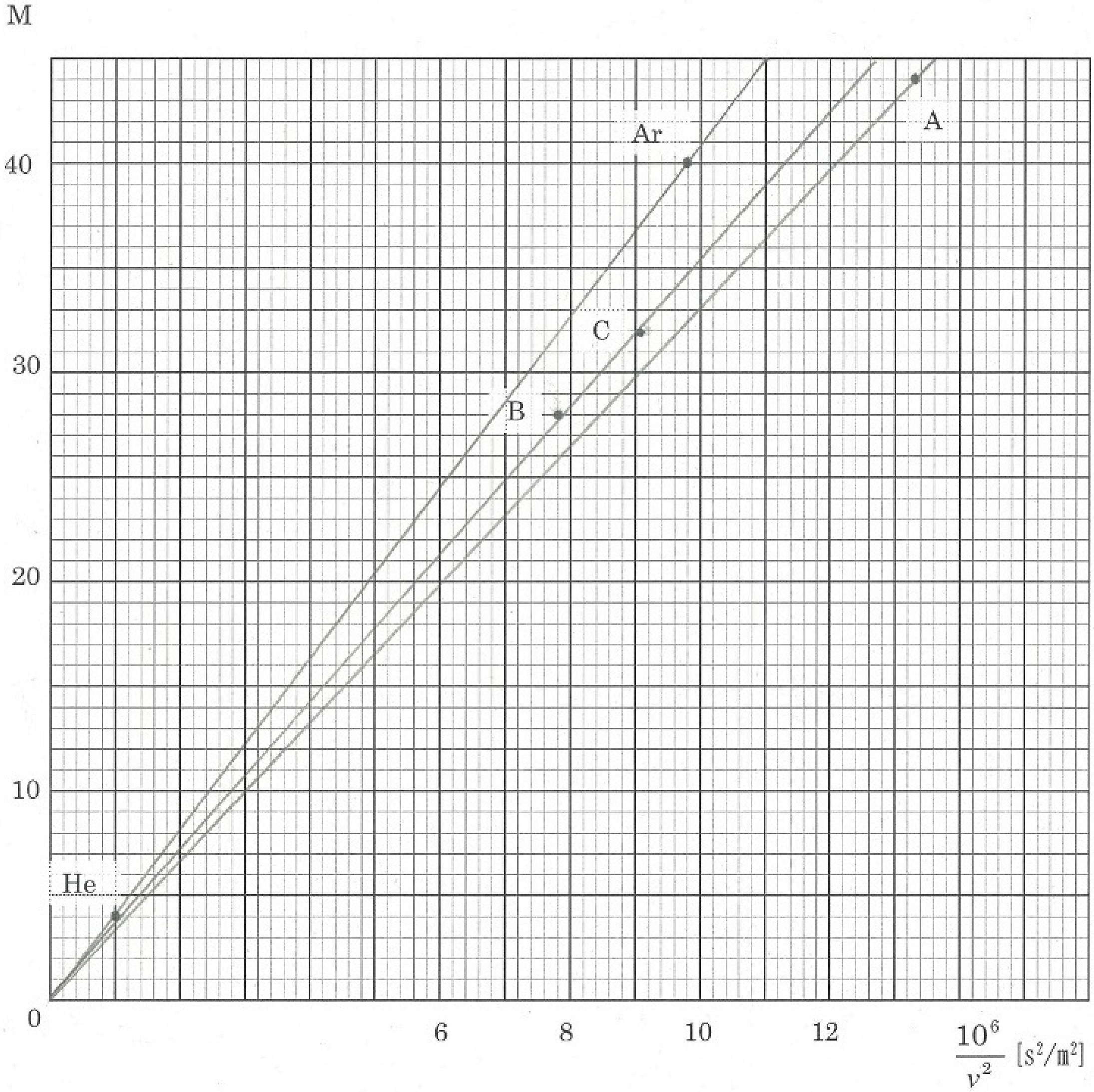
気体	名称
A	二酸化炭素
B	窒素
C	酸素

窒素の分子量28　酸素の分子量32　二酸化炭素の分子量44　なので分子量が小さい順に音速が大きいと考えられる。

2 レポート

（3）（1）の実験で得られたデータからグラフを作成せよ。

ただし、縦軸は分子量 M 、横軸は $\frac{10^6}{v^2}$ [s²/m²] とする。



A $\frac{10^6}{274.0^2} \fallingdotseq 13.3$ (13.3, 44)

B $\frac{10^6}{357.4^2} \fallingdotseq 7.83$ (7.83, 28)

C $\frac{10^6}{332.1^2} \fallingdotseq 9.07$ (9.07, 32)

2 レポート

（４）（３）のグラフよりＡ、Ｂ、Ｃの気体を２つのグループに分類し、その理由を考察せよ。

グループ１	グループ２
Ａ(二酸化炭素)	Ｂ(窒素)、Ｃ(酸素)

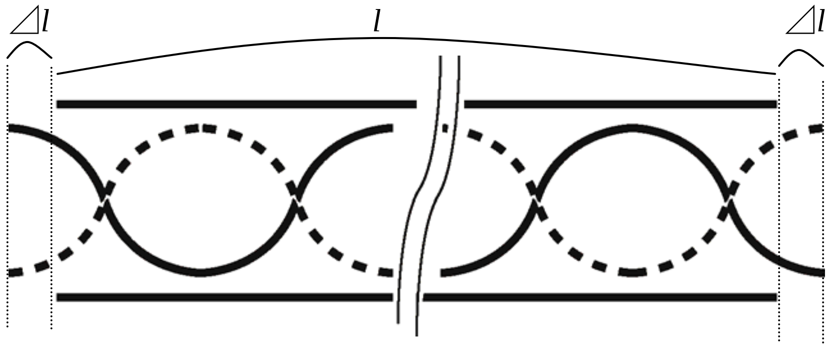
(順不同)

【理由】　Ａは３原子分子であり、ＢとＣは２原子分子である。内部構造(自由度)が異なるため気体分子が持つ全エネルギーのうち運動エネルギー(音速)に分配される割合が異なり、自由度の高い３原子分子は割合が低くなる。その違いが(３)のグラフの傾き(比例定数)として表れている。

3 レポート

用意した 1.500 m の開管の空気中の共鳴振動数を求めなさい。ただし、開口端補正は 0.010 m とし、600 Hz ～ 750 Hzの範囲で答えよ。導出過程については図などを用いてもよい。

開口端補正⊿l、管の長さl、波長λ、音の速さv、共鳴振動数fとし、



図の関係から、$l+2⊿l=m\times\lambda/2$　が成り立つ。ここで、mは正の整数である。

また、$v=f\lambda$の関係から

$f=mv\ /\ 2(\ l+2⊿l\ )$

最後に開口端補正⊿l= 0.010 m 、管の長さl= 1.500 m 、音速v= 344.9 m/s

を代入すると、共鳴振動数は 600 Hz～ 750 Hzの範囲ではmの値は一つに決まり、

$m=$ 6

よって、f = 680.7 ≒ *681 Hz* となる。

共鳴振動数

681 Hz

とやま科学オリンピック２０１５　解答例及び解説　高校部門（化学）

【ねらい】

1　与えられた実験方法を正しく理解し、適切で正確な実験操作ができる。また、より正確なデータを得るために実験方法を工夫することができる。さらに、実験データをもとに、正しく濃度計算ができる。

2　限られた実験器具の中で、物質の量を求めるために必要なデータをどのように正確に測定するかを計画し、実行することができる。さらに、実験データをもとに、正しく含有量の計算ができる。

3　反応・操作を理解して、現象の再現のための工夫をし、再現できる条件を試行錯誤しながら見出すことができる。

1【解説】

溶液の体積の測定について、メスフラスコの誤差は±0.1mL、ホールピペットの誤差は±0.02mL なのに対して、メスシリンダーの誤差は±0.5mL 程度であり、より正確に体積を測定するにはメスフラスコやホールピペットを使用するのが適切である。

この滴定は、酸化還元滴定であり、ヨウ素は酸化剤、ビタミンＣは還元剤として働く。この滴定で指示薬は必要としない。終点はビタミンＣがすべて反応し、滴下したヨウ素が反応しなくなった時点である。

なお、希ヨードチンキはヨウ素をエタノールで溶かしてある。ヨウ素は水に溶けにくく、希ヨードチンキを水だけで希釈すると、実験の途中でヨウ素が細かい粒状の固体として溶液中に析出し始める。今回の実験では、エタノールを少量加えたうえで水を入れて希釈し、ヨウ素の析出をできるだけ少なくしている。

【解答例】

[計算過程]

３回の滴定の結果、10 倍に薄めた希ヨードチンキ溶液（B 液）の滴定平均値は 9.60mL となった。希ヨードチンキ溶液（A 液）中のヨウ素 I_2 のモル濃度を x(mol/L) とすると、滴定に使用したヨードチンキ溶液（B 液）のモル濃度は x/10(mol/L)である。

ビタミンＣとヨウ素 I_2 は１：１で反応するので、

（ビタミンＣの物質量）＝（ヨウ素 I_2 の物質量）として、

$0.0100\times(10.00/1000) = (x/10)\times(9.60/1000)$　が成り立つ。

したがって、希ヨードチンキ溶液（A 液）中のヨウ素 I_2 のモル濃度は

x＝<u>0.104(mol/L)</u>　となる。

［実験上の留意点］

・標線や目盛りを読む際、水平な目線で読んだ。またビュレットの目盛りは最小目盛りの　1/10 まで読み取った。

・ホールピペット内の液体をプラスチックコップに出す時に工夫して最後の１滴まで落とした。

・終点近くでは、ビュレットの先の水滴をプラスチックコップの壁につけて半滴ぐらいずつ落とすようにした。

・複数回の滴定値のうち、極端にずれているデータを除いて平均値を求めた。

など。

$\boxed{2}$【解説】

$\boxed{1}$の結果をもとに、試料（X、Y、Z）中に含まれるビタミンCの量を実験で求める問題である。のど飴の内部からビタミンCを取り出すためには、のど飴をかなづちを使って粉砕したうえで水に溶かす必要がある。のど飴の粉砕の場面では、飴が硬く、破片が飛び散ることが予想されるので、袋のままあらかじめ砕いておくとよい。また、$\boxed{1}$と同様に滴定して溶液の濃度を求め算出するが、滴定値の大小と実際に含まれるビタミンCの量の大小は異なってくるので、注意が必要である。

【解答例】

[実験手順と計算過程]

（１）のど飴 X、Y については、それぞれ質量を測定した後、かなづちを使って乳鉢で粉砕して、正確に 100mL の水溶液を調製する。清涼飲料水 Z はそのまま滴定に用いる。

（２）$\boxed{1}$の実験で濃度を求めたヨードチンキ 10 倍希釈溶液（B 液）を用いて、X、Y、Z の各溶液 10mL を滴定し、滴定の平均値 b を求める。

（３）滴定の平均値 b を X、Y については 10 倍、Z については 5 倍した値（この値を a する）を求めて大小を比較する。(X、Y は 100mL 溶液のうちの 10mL を、Z は 50mL 溶液のうち 10mL を滴定に用いたため。)

a の値が大きいものほど含有するビタミン C 量が多いこととなる。

［実験結果］

	b（mL）	a（mL）
のど飴 X（140mg/100mL）	9.3	×10 93
のど飴 Y（20mg/100mL）	1.5	×10 15
清涼飲料水 Z（50mL）	12.52	×5 62.6

※ただし、のど飴については一粒ずつ質量が異なるので結果は多少異なる。よって、ビタミン C の含有量を多い順に並べると、X、Z、Y の順である。

※今回使用した製品の成分表示中のビタミン C 量は、次の通りである。

・のど飴 X・・・1 個あたり 140mg

・のど飴 Y・・・1 個あたり 20mg

・清涼飲料水 Z・・・500mL あたり 1000mg（50mL あたり 100mg）

3【解説】

ヨウ化水素からヨウ素への酸化反応は遅く、発色がはっきりと分かりにくい。デンプン水溶液を多めに加えて、ヨウ素デンプン反応がはっきり現れるようにする必要がある。

この反応は、最も反応速度の小さい過酸化水素による酸化反応（律速段階）で決まり、反応速度が大きい反応であるヨウ素デンプン反応には依存しない。このため、過酸化水素を加える量で反応速度を調節するとよい。また、デンプン水溶液を加える量によっても、ヨウ化水素の濃度を変化させることができるので反応速度を変化させることができる。

〔遅い反応〕　$2HI + H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + I_2$

〔速い反応〕　I_2 とデンプン水溶液によるヨウ素デンプン反応

【解答例】

希ヨードチンキ溶液（A 液）1mL に対しビタミン C 入り清涼飲料水を 10mL 加えると、ちょうどヨウ素の発色が消える。1%デンプン水溶液を 1mL 加え、全体を良く振り混ぜる（溶液の全量　約 12mL）。3%過酸化水素水を 0.5mL 加え、試験管にゴム栓をしてひっくり返し、もとに戻した時に反応時間の測定を開始する。

約 30 秒程度で色が変わりはじめ、30 秒前後で基準溶液と同じ色(目視ではっきり確認できる)が発色する。

※　通常、反応時間は溶液の温度や反応物の濃度に大きく依存するため、解説通りの数値になるとは限らない。

[成功するための工夫例]

・反応速度の調節がうまくできるように試薬量を固定して、３％過酸化水素水量だけを変えて実験を行った。

（例）反応終了までの時間が 30 秒以上だった（反応速度が小さかった）ので、３％過酸化水素水の量を 1mL に増やした。過酸化水素水の量が増えたことで、I_2 が生成する反応速度が大きくなり、約 30 秒で基準溶液と同じ色になった。

・反応速度の調節がうまくできるように試薬量を固定して、１％デンプン水溶液の量だけを変えて実験を行った。

（例）反応終了までの時間が 30 秒以下だった（反応速度が大きかった）ので、1%デンプン水溶液の量を 2mL に増やした。溶液の全量を約 13mL にすることで、溶液中のヨウ化水素の濃度が小さくなり、約 30 秒で基準溶液と同じ色になった。

・デンプン溶液の量を増やすことで、ヨウ素デンプン反応の色がはっきり出るように調整した。

・温まると反応速度が大きくなるので、反応直前まで試薬の入った試験管を、水道水を入れたビーカーに付けて冷やしておいて温度を一定に保つようにした。

・反応時間が 30 秒より長かったので、ゴム栓をする前に試験管を激しく振って反応速度を大きくした。

など。

とやま科学オリンピック２０１５　解答例及び解説　高校部門（生物）

1

【本問題のねらい】

問１　表を読み取り、バイオームを決定するとともに、温度とバイオームの関係から、その変化を推量することが出来る。

問２　水溶液の変化と光合成速度を関連づけて植物の性質をあきらかにするとともに、実際の植生に当てはめて思考することが出来る。

【解答例】

問１

（１）照葉樹林

（２）夏緑樹林

（３）①3.3℃

②照葉樹林

問２

（１）二酸化炭素

（２）二酸化炭素の増減が無いときの基準となる。

（３）陽樹：ミズナラ　　陰樹：イヌツゲ

（４）⑤陽樹と陰樹の混合林

理由：高木層を陽樹のミズナラが多く占めており、陽樹林のようであるが、亜高木層はウリハラカエデが多く、また低木層は陰樹のハイイヌツゲが見られる。よって、今後は陰樹が成長し占有していくことが予想され、現状はその移行期の混合林と考えられる。

【解説】

問１　（１）、（２）は表２～４をもとに暖かさの指数を求め、バイオームを決定することができる。

表２の場合

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均気温－5	―	―	1.6	7.3	10.1	14.9	19.6	21.1	16.9	11.2	6.1	1.1

３月～12 月の値の和=109.9

表３の場合

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均気温－5	―	―	1.8	7.2	13.3	17.5	20.8	21.2	17.1	11.6	6.5	―

３月～11 月の値の和=117

表４の場合

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均気温－5	―	―	―	―	5.3	8.1	13.6	15.3	11.3	6.2	―	―

５月～10 月の値の和=59.8　これらを表１と比べ、判断する。

（３）①　表４のうち、気温上昇によって、暖かさの指数に影響するであろう 4、11 月に注目する。
85（照葉樹林の指数）－59.8（有峰の指数）＝25.2（バイオームの変化に必要な指数）
25.2＋0.6（4 月の気温と 5℃の差）＋0.2（11 月の気温と 5℃の差）=26.0
26.0÷8（4～11 月）=3.25≒3.3（バイオームの変更に必要な各月の平均上昇温度）
各月の平均気温に 3.3℃加え、5℃以上になる月の気温から 5℃引くと下記の表になる。

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均気温－5	－	－	－	2.7	8.6	11.4	16.9	18.6	14.6	9.5	3.1	－

4 月～11 月の値の和=85.4 となる。

問２　　光合成により放出されるＣＯ$_2$の性質に着目すれば、水溶液の酸度の度合いの変化と光合成速度が相関関係にあることに気づく。ＣＯ$_2$放出による pH 低下は、光合成速度の低下を、ＣＯ$_2$吸収による pH 上昇は光合成速度の上昇を示すと考えられる。
（※ CO_2は水に溶け酸性を示す。$CO_2 + H_2O \rightarrow HCO_3^- + H^+$ ）
　実験結果より、試験管Ａは呼吸量、色調の変化「黄赤→黄赤赤」は光飽和点に、それぞれ関連すると考えられ、呼吸量が多く光飽和点が高いミズナラは陽樹、呼吸量が少なく光飽和点が低いイヌツゲは陰樹と推測できる。

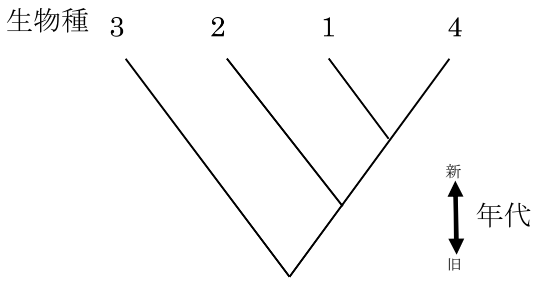
2

【本問題のねらい】

　生物種１～４について、塩基配列の違いから系統関係を類推し、最節約原理の考え方に基づいた分子系統樹の作成ができる。

【解答例】

問１



【解説】
　まず、共通祖先はどのような塩基配列であったかを考えるため、４つの生物種の中で一番共通性の高い塩基配列を調べる。すると、生物種３がすべての生物種と共通の塩基配列であることがわかる。このことから、生物種３が共通祖先に一番近いと考えられ、生物種３から他の３つの生物種が進化（DNA 塩基配列が置換）したとする。
　つぎに、生物種３と他の生物種との塩基配列の違いをまとめると下の表のようになる。

	生物種１	生物種２	生物種４
生物種３との塩基配列の相違数	3	2	5

「分岐した年代が古い種の間ほど塩基配列の違いは多く、分岐年代が新しいほど塩基配列の違いは少なくなる。」とあり、段階的に塩基配列の置換が起こるので、生物種３から生物種２、１、４の順に年代を追って進化して行ったと推定される。

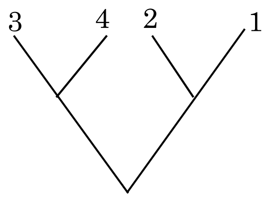
今回は、あくまで『塩基数の相違が分岐する年代を表す』という条件に従って系統樹を作成したが、塩基配列の置換をこの分岐に従って、図示すると次の図１のようになる。

図１（分岐した年代が新しいものが上とする）＿は二重置換

生物種４　G　G　A　T　A　C　T　G　A　T　A
↑
生物種１　A　A　C　C　A　C　G　C　A　G　C
↑
生物種２　A　G　C　T　G　C　G　C　T　T　C
↑
生物種３　A　G　C　T　A　C　G　C　A　T　C

ここで、分岐するときに生じた置換数が、生物種３との塩基配列の相違数と異なる場合があることに気づく。それは、二重置換（同じ箇所で２回置換が起こる）のためである。これに違和感が生じて、生物種１・２と生物種３・４の塩基配列の差異でのみ系統樹を考えた場合、図２の系統樹が考えられるが、これは生物種１から４への分岐が成り立っておらず、年代順も考慮されていない。

図２



塩基配列の相違を進化距離と考える方法に「平均距離法」というのがある。それに従って、今回の系統樹と作成すると図３のようになる。

	1	2	3	4
生物種１		5	3	8
2			2	7
3				5
4				

(5+3)/2　(7+5)/2

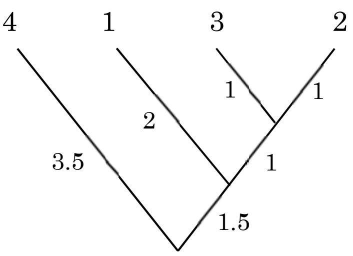
	1	(23)	4
1		4	8
(23)			6
4			

(8+6)/2

	(123)	4
(123)		7
4		

手順を説明すると、まず距離の最小値を探すと生物種２と３の距離 2 である。これが、最近縁であるとし、それぞれの枝に距離 2 の半分 1 を割り振る。次に２と３をまとめて（２３）と表記し、（２３）と１・４の間の距離を再計算する。（２３）と１の平均距離は 4 となる。最後に（１２３）と４の平均距離が 7 となる。

図３



しかし、この方法も二重置換は考えられていない。つまり、多重置換を想定することは要因を複雑

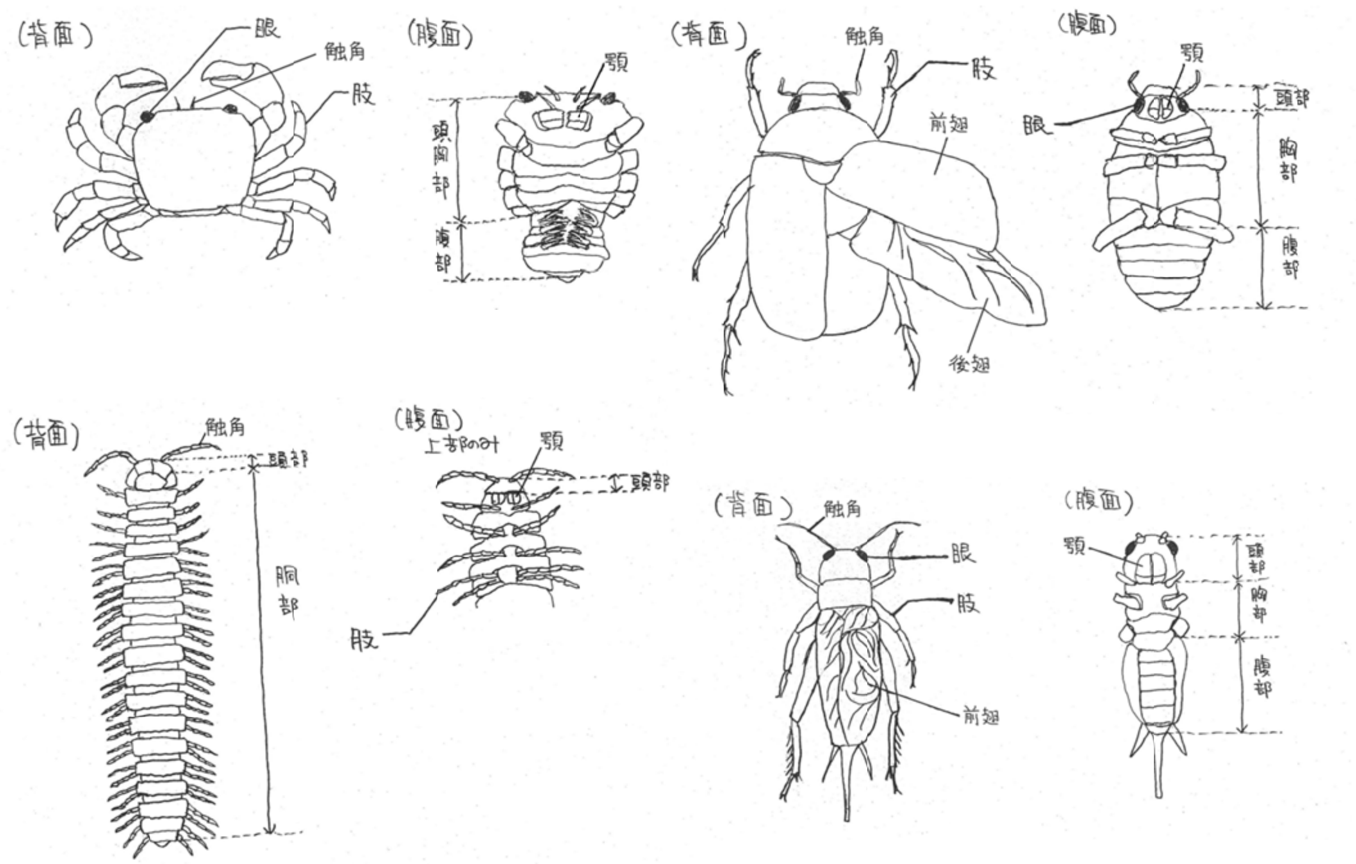
化させるため、それを考えないこととして、今回は系統樹を作成する。
　実際、系統分類を考える方法は多数あり、それぞれに利点・欠点がある。ゆえに、現在も多くの研究者が最良の方法を探し求めているのである。

3

【本問題のねらい】

　４種類の節足動物について形質１～４の特徴を理解し、正確なスケッチを記録することができる。また、観察結果から、最節約原理の考え方に基づいた系統樹の作成ができる。

【スケッチ例】

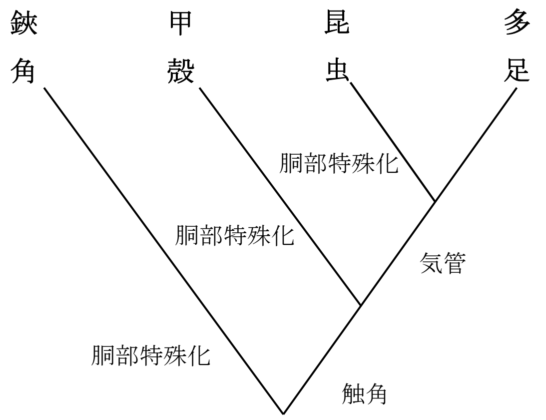


　＊カニは腹部を腹面に折りたたんでいる。

【実験結果】

形質＼分類	鋏角類	甲殻類 イソガニ	昆虫類 コオロギ	昆虫類 コガネムシ	多足類 ヤスデ	祖先＊
触角	無	有	有	有	有	無
鋏または顎	鋏角	顎	顎	顎	顎	特殊化していない付属肢
翅	無	無	有	有	無	無
胴部特殊化	している	している	している	している	していない	していない
呼吸	エラ	エラ	気管	気管	気管	エラ

【実験考察例】



実験結果より、祖先と最も共通性が高いのは鋏角類であることがわかる。鋏角類とその他との違いは触角であるので、最初の分岐は触角によるものと考えられる。次に、鋏角類と最も共通性が高いのは甲殻類である。甲殻類と昆虫・多足類との違いは呼吸方法であり、エラから気管へと分岐したと考えられる。多足類は触角、気管をもつが、胴部が特殊化していないという祖先の特徴をもつ。つまり、多足類以外の３種類で胴部特殊化が起こったと考えられる。

【解説】

形質４（胴部特殊化）では、鋏角類・甲殻類は頭胸部と腹部に、昆虫類は頭部・胸部・腹部の３部位に分化している。歩行等の目的の肢は頭胸部または胸部に付属しており、多足類は胴部に肢が付いている。形質３（翅）については、祖先も含み昆虫類以外は翅をもっていないので、この形質は今回の系統分類に使用するのは不適切である。同様に形質２（鋏角／顎）についても、祖先と同じ形質はどの種ももたないので、分類には使用できない。